

REPRESENTACIONES MENTALES DE LA FUNCIÓN LINEAL

Marrone, Nora Brígida; Gervasoni, Ana Inés; Sosa, Nora Mabel; Sureda, Silvia Cristina
marrone@fce.unam.edu.ar

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Misiones

RESUMEN

A partir de los errores reportados por los Docentes de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas con respecto a las dificultades de los alumnos para interpretar los problemas de Oferta y Demanda, comenzamos a investigar sobre el concepto de pendiente de una función lineal y las dificultades en el aprendizaje de ese objeto matemático.

En el marco de un enfoque cognitivista, se trabajó con un grupo de estudiantes a los que se les encomendó realizar la conversión entre los registros gráfico, algebraico, tabular y verbal de las funciones lineales. Se observó la dificultad en distinguir un objeto y su representación, quedando el concepto atrapado en el registro donde se produjo y cuya consecuencia es la dificultad de aplicar el concepto de función lineal fuera del contexto en donde se configuró el registro.

Palabras claves: Registros de representación – Conversión – Función lineal.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo aborda las dificultades que presentan los estudiantes del primer año de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), con respecto al aprendizaje de las funciones lineales. Dichas dificultades fueron reportadas por los profesores del área de economía quienes informaron que los alumnos de segundo año no contaban con los saberes necesarios para aplicar el concepto de función lineal. Según establecen Mochón y Beker (1996), los procedimientos empleados en economía para explicar los fenómenos a estudiar y poder formular relaciones entre variables son: el literario (verbal), el matemático y el geométrico (representaciones gráficas) y destacan que las funciones expresadas en forma gráfica y analítica permiten simbolizar comportamientos complejos de problemas económicos, apelando a la función lineal como la representación teórica más simple para relacionar variables.

Para analizar la construcción que hace el alumno del objeto matemático “funciones lineales” nos referimos a algunos elementos de estudio basados en un enfoque cognitivista. Según plantea Vilma Colombano (Colombano *et al* 2012) “... *el enfoque cognitivista como programa de investigación en Didáctica de la Matemática tiene como principales elementos de análisis a las representaciones o esquemas mentales de objetos matemáticos, el aprendizaje significativo, entendido como proceso mediante el cual un nuevo contenido se integra a un esquema cognitivo ya existente en la mente del individuo, las motivaciones y actitudes entre otras de acuerdo a lo señalado por Font (2002)...*”

El enfoque cognitivista considera a las representaciones mentales que un estudiante puede tener sobre un objeto matemático como uno de sus propósitos de estudio. En ese marco tomamos los aportes de Duval (1998) respecto de que solo se puede acceder a objetos matemáticos mediante representaciones semióticas que se dan en distintos registros tales como verbal, algebraico, numérico y gráfico; y que la conversión entre representaciones de un registro a otro juega un papel fundamental en el aprendizaje.

En esta investigación se abordan las dificultades que presentan los alumnos cuando trabajan con las representaciones algebraicas, tabulares y gráficas de las funciones lineales y la posibilidad de conversión entre representaciones, considerando como marco referencial el enfoque cognitivista basado en los registros de representación semiótica y su incidencia en el aprendizaje de las funciones lineales.

Objetivo General

- Analizar la construcción del concepto de función lineal que realizan los estudiantes de primer año de una Facultad de Ciencias Económicas.

Objetivos Específicos

- Reconocer los conflictos que presentan los alumnos cuando trabajan con las representaciones algebraica, tabular y gráfica de las funciones lineales, y la habilidad matemática de realizar conversión entre dichas representaciones.
- Conocer las posibilidades que tienen los estudiantes para aplicar las funciones lineales en contextos económicos.

METODOLOGÍA

Se solicita a los alumnos de una Comisión de la Asignatura Álgebra (92 estudiantes) de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones, que habían sido evaluados en el tema funciones lineales, que contesten un cuestionario en donde tenían que poner en juego diferentes representaciones algebraicas, tabulares y gráficas de la función lineal; además debían identificar significantes matemáticos (entendiéndose por tales al conjunto de símbolos que expresan ideas matemáticas) en una ecuación, en una gráfica y en una tabla; realizar transformaciones dentro de una misma representación; integrar los distintos registros y demostrar la capacidad de realizar conversiones entre ellos.

Para el diseño del cuestionario se tuvo en cuenta el modelo planteado por Peralta García, (2008) y las conceptualizaciones de Cortés y Guerrero (2007)

Cuestionario

- Pregunta 1: (a) Dibuje la recta que pasa por los puntos (2,3) y (4,5); (b) Indique signo de la pendiente. Justifique; (c) ¿Qué entiende por pendiente de una recta?
- Pregunta 2: Analice las tablas de valores y determine como se relacionan las variables “x” e “y” para cada tabla. Indique si representa una función lineal y justifique la respuesta.

Tabla 1

X	0	2	4	6	8	10
Y	12	11	10	9	8	7

Tabla 2

X	-2	0	2	6	7	8
Y	8	0	8	36	49	64

Tabla 3

X	-5	-3	0	1	4	6
Y	5	3	0	1	4	6

- Pregunta 3: Determine la expresión algebraica de la función graficada. (Por razones de espacio no se presenta en este informe la gráfica). A los alumnos se les presenta la gráfica de una función lineal creciente, con raíz en $x = -2$ y ordenada al origen en $y = 7$.
- Pregunta 4: Identifique cual de las siguientes cuatro gráficas corresponde a la función $y = -2x+4$.

Por razones de espacio no se presentan las gráficas mencionadas. A los alumnos se les presenta un gráfico con diferentes rectas (a): Recta con raíz en $x = 2$ y ordenada al origen en $y = 4$; (b) Recta con

raíz en $x = -2$ y ordenada al origen en $y = 4$; gráfico (c) Recta con raíz en $x = 4$ y ordenada al origen en $y = 2$. (d) Recta con raíz en $x = 2$ y ordenada al origen en $y = -4$. (e) Ninguna.

- Pregunta 5: Problema de aplicación: Un comercio que vende sillas ofrece 30 unidades cuando el valor en el mercado es de \$ 100 y 40 sillas si el precio es \$ 110. Si la oferta es lineal, ¿Cuántas sillas ofrecerá a un precio de \$120? Represente gráficamente la situación planteada.

RESULTADOS

- Al formular la pregunta 1 se pretende conocer que herramientas usa el alumno para relacionar el signo de la pendiente con el gráfico obtenido. El 89% de los alumnos representa la recta a partir de los puntos dados y determina correctamente el signo de la pendiente. El 24% utiliza la expresión algebraica de una recta que pasa por 2 puntos para determinar el signo de la pendiente y explicar su significado, el resto lo relaciona con el crecimiento y la inclinación de la recta según observaciones gráficas.

Cuando se pide que defina a la pendiente, el 19% de los alumnos logra expresarlo correctamente, 54% define mal y 27% no contesta. Cabe mencionar que sólo cuatro alumnos (4,3%) dan la definición, y el resto lo relaciona con la inclinación de la recta haciendo referencia al parámetro “m” como coeficiente de la variable independiente.

Si bien casi la totalidad de los encuestados (89%) responde correctamente sobre el signo de la pendiente, el 81% de los mismos no tiene claro su significado.

De estos resultados podemos inferir que el 81% al que nos referimos en el párrafo anterior, no se encuentra en condiciones de pasar del registro gráfico al algebraico o viceversa de una función lineal.

- Con respecto a la pregunta 2 se pretende saber si el alumno es capaz de reconocer la linealidad en una tabla de valores. Los resultados indican que el 98 % de los estudiantes graficaron los pares de valores de las tres tablas en el plano cartesiano para realizar el análisis.

Tabla 1: El 88% de los alumnos reconoce a la función lineal a partir de la representación de los puntos en el plano cartesiano, y de ellos sólo el 23% justifica su respuesta a través de los incrementos de las variables en el gráfico. Sólo el 3,5% reconocen la linealidad a partir de los datos dados en la Tabla 1 definiendo a la pendiente como un valor constante observado en la tabla.

Con respecto a la tabla 2, el 73% asegura que los pares de valores no corresponden a una función lineal, y sólo 15% justifica correctamente; para la tabla 3, las respuestas correctas descienden al 61%, y la justificación alcanza el 13%.

Salvo los tres alumnos que reconocen la linealidad en la tabla 1, el resto no es capaz de pasar del registro tabular al algebraico.

- Al formular la pregunta 3 se pretende saber si los alumnos pueden pasar del registro gráfico al algebraico. Del total de alumnos 16% respondió correctamente, 54% respondió incorrectamente y el 31% no contestó.

Del total de alumnos que contestó correctamente uno trabajó con la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, y el resto generó la ecuación a partir de identificar los parámetros “b” y “m” (ordenada al origen y cociente incremental respectivamente).

Dentro de los alumnos que contestaron en forma incorrecta todos reconocieron correctamente al parámetro “b” de la expresión algebraica como la ordenada al origen del gráfico, el problema surgió al analizar el parámetro “m” (pendiente). Mientras unos confundieron raíz con pendiente, otros le asignaron el resultado del cociente entre la raíz.

- Al formular la pregunta 4 se pretende conocer si los alumnos pueden pasar del registro algebraico al registro gráfico. El 4% eligió correctamente el gráfico a partir de determinar analíticamente los valores de la raíz y la ordenada al origen.

El 34% realizó la elección correcta comparando el coeficiente del término lineal y el término independiente con la pendiente y la ordenada al origen de cada gráfica.

El 36% respondió bien a partir de asignar valores a la ecuación, lo que les permitió generar un gráfico y compararlo con las representaciones dadas.

El resto de los alumnos realizó mal la elección cometiendo el mismo error que en la pregunta 3, es decir al confundieron pendiente con raíz.

Con la pregunta 5 se pretende conocer si los alumnos pueden aplicar el concepto matemático en contextos económicos. Los resultados indican que el 27% de los alumnos respondió correctamente confeccionando la tabla de valores a partir del planteo de una regla de tres simple, sin asociarlo con crecimientos constantes. El 23% respondió mal, haciendo planteos incorrectos y el 50% no contestó. Cabe mencionar que ningún alumno usó la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

CONCLUSIONES

De las respuestas obtenidas a partir del cuestionario realizado debemos destacar que los alumnos evaluados presentan conflictos cuando intentan transformar las representaciones entre registros, especialmente en lo que se refiere al concepto de pendiente. Si bien analizan correctamente el crecimiento de la función lineal, presentan serias dificultades cuando se les solicita que articulen el concepto entre registros, especialmente cuando se trata del registro gráfico.

Los alumnos muestran un manejo seguro cuando grafican por puntos a la función lineal, a partir de la recta graficada y por comparación pueden llegar a respuestas correctas, y quedando atrapados en el registro en el que se plantea la pregunta.

El registro tabular se presenta como una dificultad insalvable para interpretar la pendiente, utilizado simplemente como herramienta para graficar, pero no han podido obtener información a partir de él como una representación en sí misma.

En la pregunta 5 (Problema de aplicación: Oferta) queda en claro que los alumnos no están en condiciones de utilizar a las funciones lineales como herramienta para resolver problemas de aplicación.

A partir de este trabajo queda de manifiesto que los alumnos desconocen en su mayoría el concepto de función lineal desde el planteo de Duval (1998).

Tomando los aportes de Duval (1998) respecto de que solo se puede acceder a objetos matemáticos mediante representaciones semióticas que se dan en distintos registros tales como verbal, algebraico, numérico y gráfico; y que la conversión entre representaciones de un registro a otro juega un papel fundamental en el aprendizaje, concluimos que en la mayoría de los casos analizados no se ha logrado el aprendizaje de las funciones lineales.

A partir de los resultados obtenidos, resulta necesario generar una secuencia didáctica en donde las actividades propuestas integren distintas representaciones (tabular, gráfica y algebraica), prestando especial atención al concepto de pendiente y el paso de lo gráfico a lo algebraico, como así también incluir actividades donde deban realizar transformaciones dentro de la misma representación y conversión a otras representaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- COLOMBANO, V., FORMICA, A., & CAMÓS, C. (2012). Enfoque cognitivista. En M. Pouchulu, & M. Rodriguez, Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Villa María, Córdoba, Argentina: EDUVIN. Pág. 115 a 142).

- CORTÉS, J. C., & GUERRERO, L. (2007).

http://www.fisem.org/web/union/revistas/9/Union_009.pdf. Recuperado el 13 http://www.fisem.org/web/union/revistas/9/Union_009.pdf de Marzo de 2012, de Revista Iberoamericana de Educación Matemática.

- DUVAL, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. HITT (Ed) Investigaciones en Matemática Educativa II. Pág. 125-139.

- FONT, V. (2002). Una organización de los programas de investigación En Didáctica de la Matemática. *EMA7(2)*. Pág. 122-170.
 - MOCHÓN, F., & BEKER, V. (1996). Economía. Principios y aplicaciones. España: Mc Grawn Hill.
- Peralta García, J. (2008). <http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XII/Peralta%20Garcia.pdf>. Recuperado el 8 de Febrero de 2012