128 PROGRAMACIÓN LINEAL CLÁSICA, PERO NO TANTO

Moriñigo, María Silvia - Condesse, Viviana Julia - Vazquez, Emiliano V.
Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA
Facultad Regional Avellaneda, UTN
msmori@econ.uba.ar – vjcondesse@hotmail.com - evazquez@fra.utn.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Programación lineal, Educación superior, Tecnología, Estrategia didáctica

Resumen

La incorporación y desarrollo de las TIC en todos los ámbitos de la vida y la sociedad requieren actualización y reflexión continuas sobre los modelos de enseñanza y aprendizaje. En este contexto, es habitual que los docentes revisen los propósitos de enseñanza, las estrategias didácticas, metodología y formas de evaluación; así como también nuevas formas de presentación de contenidos y materiales.
Resulta indispensable entonces contar con materiales didácticos adecuados a la propuesta pedagógica y en sintonía con los objetivos planteados. Los materiales didácticos representan un excelente recurso donde las actividades pueden presentarse en forma gradual, dinámica, actualizada, propendiendo diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje. Para que esto sea posible, deben ser: programados, adecuados, precisos y actuales, integrales, abiertos y flexibles, coherentes, transferibles y aplicables, significativos, válidos y fiables.
En la actualidad, y especialmente con la incorporación de las nuevas tecnologías, el docente se convierte en un intermediario entre el alumno y el conocimiento. Para ello el profesor debe generar situaciones metodológicas que propicien el cuestionamiento del alumno sobre los saberes adquiridos, la nueva información, y las decisiones a tomar.
En este trabajo se propone una secuencia para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de la unidad didáctica de programación lineal. Para ello se proponen estrategias que tienden a potenciar el aprendizaje mediante el diseño de materiales que incluyen el uso de recursos tecnológicos.

1 Introducción

En la resolución ministerial 3400-E/2017 se establecen los contenidos curriculares básicos, la carga horaria mínima, los criterios de intensidad de la formación práctica y los estándares para la acreditación de la carrera de Contador Público en todas las Universidades del país. Todo diseño curricular de dicha carrera debe asegurar que los contenidos básicos sean adecuados y que, conjuntamente con la articulación entre áreas y asignaturas, garanticen la formación del graduado de acuerdo al perfil definido por la Facultad.

La programación lineal (PL) es una potente técnica de modelado que se utiliza en la toma de decisiones, donde en general, las soluciones no se obtienen a través de fórmulas cerradas, sino mediante algoritmos que permiten en cada iteración, ir acercándose a la solución óptima (Taha, 2012). Este procedimiento conlleva la aplicación de contenidos básicos estipulados en el área de Matemática como vectores, funciones y sistemas de ecuaciones lineales.

En la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA el primer contacto con la programación lineal se realiza en Álgebra, materia correspondiente al Primer Tramo del Ciclo General, común a todas las carreras de la Facultad. Los contenidos incluyen la resolución de problemas de PL por el método gráfico y la introducción al algoritmo Simplex.

La educación siempre ha sido un factor influyente en el progreso de la sociedad como consecuencia del avance individual de cada uno de sus miembros. Sin embargo, adquiere especial relevancia en el mundo actual que vive transformaciones vertiginosas producto del desarrollo no menos acelerado de la ciencia y la tecnología.

En un momento en que la oferta de información supera ampliamente a la demanda, es necesario que el sujeto en general, y el alumno en particular, cuente con recursos cognitivos para enfrentar los diferentes desafíos que puedan presentarse. Algunos de ellos son: *la infoxicación,* entendida como la saturación informativa; la caducidad del conocimiento, que hace necesario actualizar no solo el conocimiento sino también el acceso al mismo; y la utilización de múltiples lenguajes comunicativos. (Monereo et al, 2014)

En esta realidad, resulta imprescindible un continuo cuestionamiento de las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento; y una revisión de los materiales didácticos utilizados. Estos instrumentos cumplen una función muy importante, pues tienen una finalidad de enseñanza y expresan una propuesta pedagógica. Según Mena (2011), los materiales deben: favorecer la autonomía; despertar curiosidad y motivar al alumno; recuperar saberes previos y relacionarlos con los nuevos que se proponen; facilitar el logro de los objetivos de la materia; presentar la información en forma adecuada; posibilitar el proceso de aprendizaje; permitir a los estudiantes contactarse con problemas y situaciones reales.

García Aretio (2006) sostiene que, para cumplir con estas funciones, los materiales didácticos deben ser: programados, adecuados, precisos y actuales, integrales, abiertos y flexibles, coherentes, transferibles y aplicables, significativos, válidos y fiables.

En este trabajo se presenta una secuencia didáctica para el tratamiento de modelos de maximización de la unidad didáctica de PL. Para ello se proponen estrategias que tienden a potenciar el aprendizaje mediante el diseño de materiales que incluyen el uso de recursos tecnológicos.

2 Estrategia didáctica

Desde la perspectiva pedagógica no puede pretenderse que un estudiante entienda la mecánica de un algoritmo sin emplearlo en la práctica. La experimentación numérica, ya sea manual o con calculadora, enmascara la utilidad de los métodos y los convierte en algo tedioso. Un ejemplo de esta situación es el método Simplex, que se aplica a la resolución de problemas de PL. Por ese motivo, la estrategia didáctica propuesta complementa la enseñanza de PL con la incorporación de las TIC.

Actualmente se pueden encontrar en la Web diversas herramientas y materiales didácticos que resultan aptos como complemento a la enseñanza tradicional de PL. En este trabajo se utilizan los software Geogebra y WinQSB. La elección recayó sobre estos programas porque no requieren instalación previa, ni aprendizaje de habilidades especiales. Ello supone un ahorro de tiempo y esfuerzo que permite incorporar fácilmente estas herramientas sin necesidad de una reestructuración integral de las clases ni del material utilizado habitualmente.

GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de Matemática, que la mayor parte del alumnado ha manejado para otras aplicaciones. WinQSB (*Quantitative System Business*) es un sistema interactivo de ayuda a la toma de decisiones que cuenta con un módulo que permite resolver problemas de PL mediante el algoritmo Simplex, incluyendo gráficos y análisis post-óptimo.

La integración de Geogebra para la enseñanza de PL favorece la visualización, que permite crear imágenes mentales que tienen significado y ayuda a comprender los conceptos matemáticos; el reconocimiento de conjuntos de soluciones factibles (CSF) acotados y no acotados; la identificación de los vértices del CSF y las soluciones óptimas; la comprensión del análisis de sensibilidad; el pasaje al registro algebraico de resolución de problemas de PL mediante el algoritmo Simplex y la identificación de la variables intervinientes.

La incorporación de WinQsb como complemento a los métodos de enseñanza tradicionales de PL favorece la comprensión de conceptos, obviando la limitación que significa la complejidad de los cálculos en el desarrollo del algoritmo; la reflexión sobre la construcción del modelo y el análisis de resultados; el estudio de problemas reales; la comprobación de sus intuiciones y relaciones *a priori* del modelo, a través del análisis de sensibilidad.

3 Secuencia didáctica

La secuencia de aprendizaje que se plantea en este trabajo busca crear lazos entre diferentes tipos de lenguajes que propicien la codificación y decodificación; los distintos gráficos y tablas que promuevan la interpretación; y diversas herramientas, que procuren alcanzar los fines planteados

El objetivo general de esta propuesta es organizar contextos que permitan al estudiante una mayor independencia y responsabilidad de su propio aprendizaje.

Se plantean como objetivos específicos:

- Promover el trabajo activo de los estudiantes mediante el uso de dos software de disímiles características.
- Plantear situaciones didácticas que despierten interés en los alumnos.
- Diseñar ejercitación tendiente a relacionar conceptos, conectar con saberes adquiridos, predecir soluciones.
- Incentivar el descubrimiento de nuevas estrategias que permitan alcanzar los mismos resultados.
- Propender al análisis de datos, y planteamiento de situaciones probables
- Proporcionar diferentes estilos de representación para un mismo problema.

En el desarrollo de los diferentes temas se conjuga el uso de estrategias tradicionales con el soporte de las herramientas tecnológicas. Se plantean situaciones problemáticas, graduadas en complejidad, que se resuelven en forma gráfica y mediante el método Simplex alternativamente. Se repite la estrategia para el análisis post- óptimo; se busca el acercamiento al tema mediante el estudio del gráfico, facilitando la elaboración de hipótesis, el análisis de alternativas y la producción de conclusiones. Es esperable que la utilización de los recursos tradicional y tecnológico en forma combinada favorezca el cumplimiento de los objetivos planteados.

3.1 Modelo de PL con dos variables por método gráfico y algoritmo Simplex

Se presentan diferentes alternativas para:

- Identificar modelos de programación lineal a partir de un gráfico

Ejercicio 1

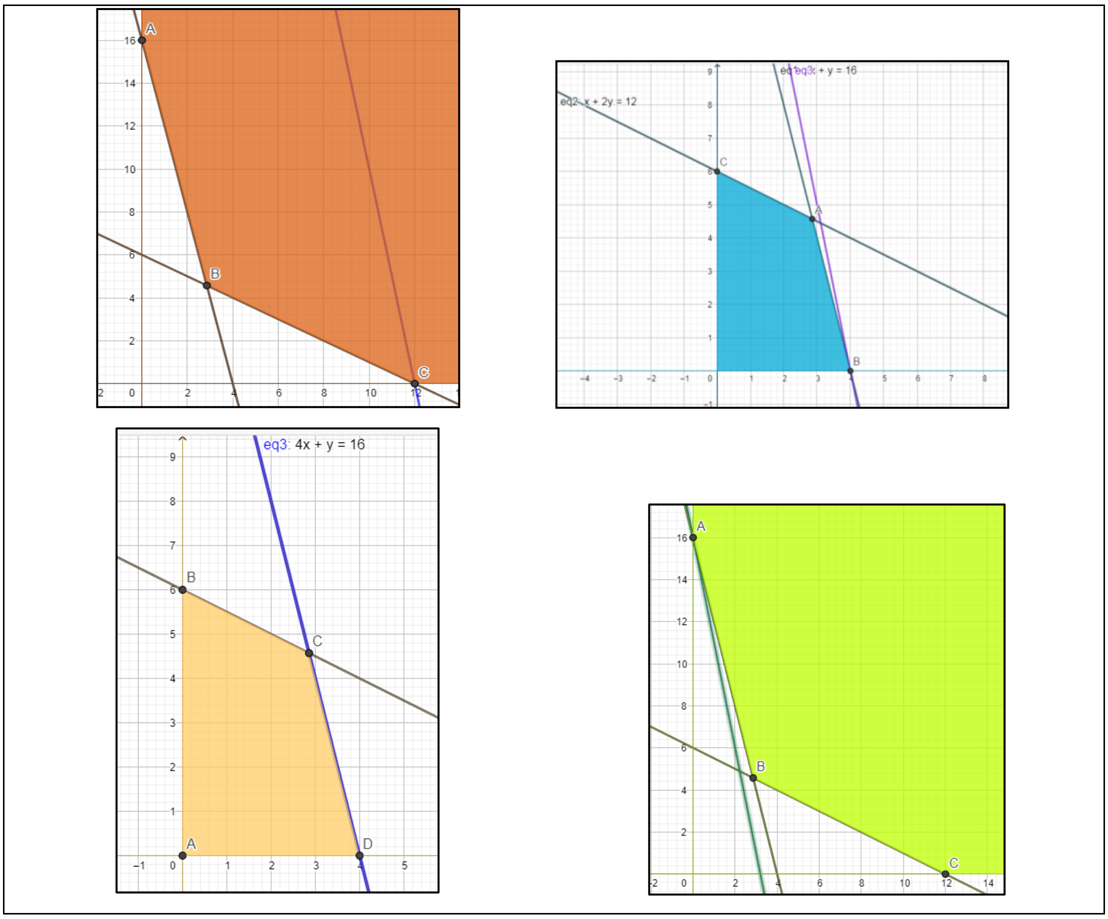
Asocie cada uno de los siguientes modelos con el gráfico correspondiente.

$$\max\quad z = 5x + y \qquad s.a.\begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 2y \le 12 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

$$\max\quad z = 5x + y \qquad s.a.\begin{cases} 4x + y \ge 16 \\ x + 2y \ge 12 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

$$\min\quad z = 5x + y \qquad s.a.\begin{cases} 4x + y \ge 16 \\ x + 2y \ge 12 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

$$\max\quad z = 8x + 2y \qquad s.a.\begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 2y \le 12 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$



- Reconocer tablas intermedias y finales, distinguir los elementos intervinientes e interpretar su significado

Ejercicio 2

Las siguientes tablas corresponden a problemas de maximización de programación lineal. Indicar en cada caso:

i. Cantidad de variables y restricciones del problema

ii. Soluciones óptimas

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	10,0000	5,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	3,0000	4,0000	1,0000	0	0	12,0000	4,0000
Slack_C2	0	2,0000	1,0000	0	1,0000	0	4,0000	2,0000
Slack_C3	0	4,0000	3,0000	0	0	1,0000	8,0000	2,0000
	C(j)-Z(j)	10,0000	5,0000	0	0	0	0	

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	4,0000	6,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0	0	1,0000	1,0000	-3,0000	40,0000	
X2	6,0000	0	1,0000	0	1,0000	-1,0000	60,0000	
X1	4,0000	1,0000	0	0	-1,0000	2,0000	40,0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	-2,0000	-2,0000	520,0000	

- Establecer relaciones entre las soluciones obtenidas por el método gráfico y el algoritmo Simplex.

Ejercicio 3

Relacionar cada una de las siguientes tablas Simplex finales con algún gráfico del ejercicio 1. Justificar.

		X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	0,0000	-0,2857	0,1429	0,2857	-0,1429	2,8571	M
X2	1,0000	0,0000	1,0000	0,1429	-0,5714	-0,1429	0,5714	4,5714	32,0000
	C(j)-Z(j)	0	0	1,2857	-0,1429	-1,2857	0,1429	18,8571	
	* Big M	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0	

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	0,2500	0,2500	0	4,0000	
Slack_C2	0	0	1,7500	-0,2500	1,0000	8,0000	
	C(j)-Z(j)	0	-0,2500	-1,2500	0	20,0000	

		X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	2,0000	0	-1,0000	0	1,0000	12,0000	M
Surplus_C1	0	0	7,0000	1,0000	-4,0000	-1,0000	4,0000	32,0000	M
	C(j)-Z(j)	0	-9,0000	0	5,0000	0	-5,0000	60,0000	
	* Big M	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0	

Linear and Integer Programming

The problem is unbounded!

Aceptar

3.2 Conjunto solución y curvas de nivel

- Analizar número de soluciones y estudiar curvas de nivel

Ejercicio 4

Se debe formular un alimento que contenga 3 componentes nutritivos básicos en las siguientes cantidades, como mínimo: 45 g. de lípidos, 56 g de hidratos de carbono y 60 g de proteínas. Para ello se dispone en el mercado de dos productos cuya composición en los tres componentes nutritivos básicos es la siguiente:
Producto A: contiene 10 g/u de lípidos, 7 g/u de hidratos de carbono y 5g/u de proteínas.
Producto B: contiene 5 g/u de lípidos, 7 g/u de hidratos de carbono y 15 g/u de proteínas.
Sabiendo que el costo del producto A es de $6/u y el de B es de $8/u,

i. Plantear y resolver el modelo lineal que permita obtener un alimento que cumpla con los requerimientos nutritivos y tenga costo mínimo
ii. Con el soporte de GeoGebra, determinar el CSF y las coordenadas de los vértices correspondientes ¿Cómo se describiría geométricamente la región encontrada?
iii. Dibujar la función objetivo que pasa por el centro de coordenadas; cuál es su ecuación?
iv. Dibujar la función objetivo que representa un costo total de $62/u, ¿qué particularidad se observa con respecto a la trazada en iii? ¿Por qué punto del CSF pasa?
v. Utilizando el deslizador de GeoGebra sobre la función objetivo, analzar los resultados que se obtienen y sacar conclusiones.
vi. Teniendo en cuenta el CSF hallado, se puede inferir que el problema presentado siempre tendrá una única solución, independientemente del costo de cada producto?¿Por qué?¿En qué casos podría tener el problema infinitas soluciones?

Solución

3.3 Análisis de sensibilidad

3.3.1 Cambios en la disponibilidad de recursos

- Introducir y desarrollar el concepto de precio sombra

Ejercicio 5

Una fábrica de equipos electrónicos construye amplificadores y altoparlantes. Debido a su capacidad puede construir hasta 100 unidades diarias en total. Una convención le obliga a exportar a otras provincias la mitad de los amplificadores que fabrica y la tercera parte de los altoparlantes, pero por un problema de transporte no puede exportar más de 40 unidades por día. Cada amplificador deja un beneficio de $50 y cada altoparlante deja $60

i. Plantear el modelo lineal que permite obtener el máximo beneficio con la fabricación de los equipos electrónicos.

ii. Resolver utilizando GeoGebra, y escribir las soluciones encontradas
iii. Si la disponibilidad de fabricación total aumentara a 110 unidades; es decir, se incrementara el recurso en 10 unidades, ¿qué variación se produciría en el beneficio total?

Solución

- Inferir el concepto de precio sombra a través del gráfico

Ejercicio 6

Una repostera dispone de 10 kg de azúcar y de 10 docenas de huevos para realizar el relleno de dos tipos de tartas: de ricota y de crema pastelera. La de ricota necesita medio kg de azúcar y 8 huevos; la de pastelera requiere la misma cantidad de huevos y el doble de azúcar. Se estima que cada tarta de ricota aporta una utilidad de 8 dólares, y la de pastelera, 10 dólares. Utilizando GeoGebra, determinar:

i. La cantidad de cada tipo de tarta que debe elaborar para que la utilidad sea máxima.
ii. La ganancia máxima que obtiene.
iii. En caso que se produjese, la variación en la ganancia si se incrementara en 1 kg la disponibilidad de azúcar. Esa variación se conoce con el nombre de *precio sombra*
iv. El precio máximo aceptable del kg de azúcar para que la producción de tartas continúe resultando rentable.

Solución

- Inferir el intervalo de factibilidad a través del gráfico

Ejercicio 7

Dado el siguiente problema de PL:

$$\max \quad z = 4x + y$$
$$s.a.\begin{cases} 6x + 2y \leq 120 \\ x + 4y \leq 100 \\ 5x + 4y \leq 150 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$$

i. Verificar gráficamente que la solución óptima es 105 para x =y =15
ii. Determinar restricciones activas y no activas, en caso que existan
iii. ¿Cuál es el precio sombra de una restricción no activa?
iv. Utilizar Geogebra para determinar el intervalo de variación del recurso 1 que conserva la solución óptima

Solución

3.3.2 Cambios en los coeficientes de la función objetivo

- Deducir el intervalo de optimalidad a través del gráfico

Ejercicio 8

La empresa Mr. Zumo produce concentrados de jugos de dos líneas: light y diet. Dispone de una provisión limitada de sacarosa, una capacidad restringida de embotellamiento y un mercado limitado para el jugo light, que se reflejan en el siguiente cuadro:

Recurso	Jugos light	Jugos diet	Disponibilidad mensual
Sacarosa	0,1 g	0,6 g	2000 g
Embotellamiento	1 botella	1 botella	6000 botellas
Mercado	1 botella		4000 botellas

La gerencia comercial de la empresa estima que cada botella de jugos light proporciona una ganancia de $20, mientras que la de jugos diet es $30 superior.

i. Determinar gráficamente la cantidad de botellas de cada tipo de jugo necesarias para obtener la máxima ganancia e indicar cuánto vale.
ii. Si se mantienen las restricciones del problema, usar Geogebra para determinar gráficamente si es posible hallar

otra función objetivo para la que el plan de producción siga siendo óptimo.

iii. En caso afirmativo, ¿es única la función?

iv. Señalar, en caso que exista, el intervalo de variación de la pendiente de la nueva función objetivo para el que el plan de producción del inciso i es óptimo.

Solución

- Interpretar los resultados que arrojan las tablas Simplex final y de análisis post-óptimo dadas por WinQSB.

Ejercicio 9

Dado un problema clásico de maximización de programación lineal se obtienen las siguientes tablas

Tabla 1

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3	Slack_C4		
Basis	C(j)	50,0000	40,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	50,0000	1,0000	0	0,2500	-0,5000	0	0	3,0000	
X2	40,0000	0	1,0000	-0,1250	0,7500	0	0	1,5000	
Slack_C3	0	0	0	0,3750	-1,2500	1,0000	0	2,5000	
Slack_C4	0	0	0	0,1250	-0,7500	0	1,0000	0,5000	
	C(j)-Z(j)	0	0	-7,5000	-5,0000	0	0	210,0000	

Tabla 2

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	3,0000	50,0000	150,0000	0	basic	20,0000	60,0000
X2	1,5000	40,0000	60,0000	0	basic	33,3333	100,0000
Objective	Function	(Max.) =	210,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	24,0000	<=	24,0000	0	7,5000	20,0000	36,0000
C2	6,0000	<=	6,0000	0	5,0000	4,0000	6,6667
C3	-1,5000	<=	1,0000	2,5000	0	-1,5000	M
C4	1,5000	<=	2,0000	0,5000	0	1,5000	M

1. A partir de la información de la Tabla 1, indicar:

i. Cantidad de variables y restricciones del problema, y función objetivo

ii. Solución óptima

iii. Existencia de recursos saturados y/o disponibilidad de cada uno de ellos

iv. Costos de oportunidad

2. A partir de la información de la Tabla 2, hallar:

i. Intervalos de optimalidad de los coeficientes de la función ofjetivo e interprete su significado

ii. El costo de una unidad adicional de cada uno de los recursos

iii. Intervalos de factibilidad de los recursos

- Ejercitación integradora

Ejercicio integrador

Para el estudio del plan de producción a seguir durante el próximo período se dispone de los siguientes datos:

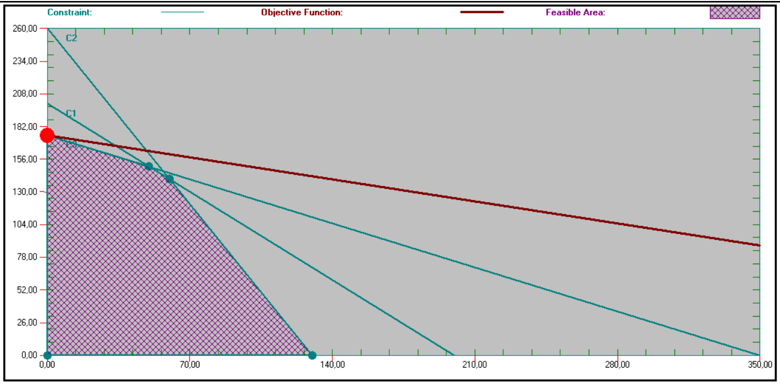
	PRODUCTO A	PRODUCTO B	DISPONIBILIDADES
MATERIA PRIMA	1	1	200 unidades
MANO DE OBRA	2	1	260 horas/hombre
FONDOS	1000	2000	350000
CONTRIBUCIÓN NETA	100	400	

En base a esta información:

a. Definir el significado concreto de todos los elementos del vector "Producto A"

b. Plantear el modelo matemático que describa todas las alternativas posibles de producción y permita detectar la óptima.

c. A partir del gráfico correspondiente al modelo:



i. Analizar si existe un nivel de producción para el que se utilicen todas las disponibilidades. Justificar la respuesta. ¿Qué método analítico usaría para demostrarlo?

ii. Indicar cuántas soluciones óptimas tiene el problema.

iii. Modificar el problema de manera tal que tenga las mismas restricciones e infinitas soluciones. ¿Cuántas posibilidades hay?

d. Calcular cuántas horas/hombre se necesitan para que se utilicen todas las disponibilidades.

e. A partir de la tabla Simplex óptima:

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	100,0000	400,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0,5000	0	1,0000	0	-0,0005	25,0000	
Slack_C2	0	1,5000	0	0	1,0000	-0,0005	85,0000	
X2	400,0000	0,5000	1,0000	0	0	0,0005	175,0000	
	C(j)-Z(j)	-100,0000	0	0	0	-0,2000	70.000,0000	

i. Mostrar el plan de producción que maximiza el beneficio

ii. Indicar si hay excedente en las disponibilidades. ¿De cuánto es en cada caso?

f. Con base en la tabla siguiente:

	20:09:58		Monday	April	01	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	100,0000	0	-100,0000	at bound	-M	200,0000
2	X2	175,0000	400,0000	70.000,0000	0	basic	200,0000	M
	Objective	Function	(Max.) =	70.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	175,0000	<=	200,0000	25,0000	0	175,0000	M
2	C2	175,0000	<=	260,0000	85,0000	0	175,0000	M
3	C3	350.000,0000	<=	350.000,0000	0	0,2000	0	400.000,0000

i. Indicar para qué valores de la contribución neta del producto B conviene fabricarlo exclusivamente.

ii. ¿Para qué valores de la contribución neta del producto A, el plan de producción es óptimo?

iii. Justificar a qué costo se podrían incorporar unidades adicionales de cada uno de los recursos.

4. Algunas consideraciones y trabajos futuros

En este trabajo se han abordado problemas de maximización, sin soslayar las normas generales de la cátedra. En el contexto de la asignatura Álgebra, los problemas de minimización se resuelven gráficamente y, en el caso de utilizar el método Simplex, a partir del planteo del problema dual asociado. De esta forma, la secuencia presentada que incorpora herramientas tecnológicas para el caso de maximización es perfectamente adaptable.

Además de los softwares utilizados, se investigó el funcionamiento de PHP Simplex, Métodosimplex.com, Simplex calculator y Jsimplex, entre otros. Utilizan el método gráfico para la resolución de problemas de PL con dos variables y el algoritmo Simplex para dos o más variables. Puede resultar interesante comparar las distintas presentaciones de las tablas; así como también estudiar las soluciones y tablas obtenidas por otros métodos, como Branch&Bound utilizado por Excel.

Algunas consideraciones sobre la propuesta didáctica presentada son:

- Los enfoques de resolución de modelos de PL tanto desde el punto de vista formal como mediante la utilización de un software son complementarios, fácilmente compatibles y de diversa utilidad según el contexto de análisis.
- El uso de GeoGebra busca, a través de una herramienta conocida por los alumnos, dotar de significatividad gráfica a conceptos que usualmente aprenden de manera algorítmica.
- La utilización de WinQsb debe hacer especial hincapié en las salidas del software relativas a la solución y análisis de sensibilidad
- Las distintas miradas favorecen el aprendizaje de los contenidos en forma de espiral (Bruner), ascendiendo en distintos niveles de complejidad, regresando a los temas ya adquiridos, para ampliar fehacientemente sus conocimientos.

Referencias y bibliografía

Bruner, J.S. (1963). *El proceso de la educación*. México: UTEHA

Cabero, J. (2001). *Tecnología Educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza*. Madrid: Paidós Ibérica

Crespo,K. (2016). Módulo 1: Los materiales didácticos, una creación del docente. En: Diseño de materiales educativos digitales. El docente como gestor inteligente de la información. 3a ed. dentro del Programa Virtual de Formación Docente del Centro de Innovación en Tecnología y Pedagogía de la Secretaría de Asuntos Académicos del Rectorado de la Universidad de Buenos Aires.

García Aretio, L. (2006). *Materiales de Calidad*. Editorial del BENED.

Mena, M.(2001). Los materiales en educación a distancia. En Programa de Formación Integral a Distancia. Plan Maestro. Año 2. Evaluación de Recursos Educativos.Corrientes: UNNE.

Monereo, C.; Castelló, M; Clariana, M; Palma, M.; Perez, M.L. (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. *Formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Barcelona: Editorial Graó.

Taha, H.A. (2012). *Investigación de Operaciones*. México: Prentice Hall.