144 UN CASO DE EDUCACIÓN EN LA CREATIVIDAD: NUEVA NOTACIÓN Y FORMA DE OPERAR EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Gómez, José Ismael. *Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Universidad Nacional de Santiago del Estero.*
jgomez@unse.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática
Palabras clave: Creatividad, Lógica proposicional, Proceso de enseñanza y aprendizaje.

Resumen

Educar en la creatividad supone un desafío permanente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las disciplinas en general y de matemática en particular. La enseñanza de Lógica Proposicional implica normalmente un uso importante de tablas de verdad. Este aspecto conlleva un tiempo en el trazado de las mismas para luego completarlas de acuerdo a la fórmula planteada para su evaluación. El propósito de este trabajo consiste en mostrar un caso de innovación pedagógica en el marco de la educación en la creatividad. Consiste en establecer una nueva e ingeniosa manera de escribir el valor de verdad de las proposiciones y a la forma de operarlas -sin emplear tablas de verdad- sobre las mismas bases semánticas y sintácticas del Cálculo Proposicional.
Este trabajo brinda a los docentes y alumnos una alternativa diferente de la enseñanza tradicional de las nociones de Lógica Proposicional, en la que se emplean tablas de valores de verdad.
Esta nueva escritura y modo de operar tiene como ventajas, precisamente la practicidad y rapidez para evaluar fórmulas proposicionales. Más allá de este aspecto innovador en la notación y operatividad en Lógica Proposicional, pretende ser además una “invitación” a la creatividad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático.
Este objeto de conocimiento forma parte de los contenidos de primer año de las carreras de Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración de Universidad Nacional de Santiago del Estero y también forma parte de contenidos mínimos de algunos colegios secundarios.

Presentación

Refiriéndose a las dificultades en el aprendizaje, Betancourt Morejón señala que éstas tienen su origen en una falta de empleo adecuado de habilidades de pensamiento creativo y reflexivo. (pag. 1)

Otra de las causas que se pueden apreciar en las dificultades del aprendizaje de matemática estriba en que, el contexto no facilita ni la participación ni la creatividad de los estudiantes. Se tiene un proceso de enseñanza que no está centrado en el estudiante:

“Algunos maestros no tienen conciencia de la creatividad que poseen y de su puesta en práctica para el servicio de sus alumnos.” (Ibíd.)

Este trabajo que proponemos como un caso de creatividad en la enseñanza de nociones de Lógica Proposicional consiste en una innovación en cuanto a la notación y forma de evaluar proposiciones, sin emplear las tradicionales tablas de verdad, sobre las mismas bases semánticas y sintácticas que conocemos.

Desde que Wittgenstein propusiera las tablas de verdad (1921) y que junto con Russell, divulgara este método para determinar las condiciones de verdad de un enunciado, es decir, su significado, en función de las condiciones de verdad de las proposiciones simples; su uso se extendió y se aplicó por generaciones.

Refiriéndose al lenguaje, Saussure afirma que, en cada instante, “implica a la vez un sistema establecido y una evolución; en cada momento es una institución actual y un producto del pasado.” (Saussure, Curso de Lingüística General, p.36, 37) Esto es lo que puede ocurrir con el uso de las tablas de valores de verdad y la forma de escribir y realizar cálculos que aquí se propone. ¿Porqué no abrir una "ventana" a la educación en la creatividad, planteando nuevas formas de escribir y operar con los objetos de la Lógica Proposicional?

En este sentido se propone una renovación de modos en la escritura y en los cálculos de la lógica proposicional, sin modificar la parte semántica. En el plano de la enseñanza, se puede plantear el desafío que consiste no en dejar de lado modos tradicionales, sino en ampliar las posibilidades de pensamiento o de estudio de los objetos de conocimientos, mediante otras formulaciones.

Nuestra propuesta

Emplearemos las letras minúsculas $p, q, r,$ para indicar proposiciones simples y símbolos especiales como *conectivas* para formar proposiciones compuestas.

Sea N el número de veces de valores de verdad que una proposición compuesta puede tomar. Esto se calcula haciendo $N = 2^n$, donde la base 2 hace referencia a los valores de verdad *verdadero* y *falso*, y el exponente indica el número de proposiciones simples presentes en la proposición compuesta. Por ejemplo:

Si $n = 1$ (una proposición, p), $2^1 = 2$ valores de verdad y se tiene $p\colon VF \quad (1V\ 1F)$

Si $n = 2$ (dos proposiciones, $p\ y\ q$), $2^2 = 4$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p\colon VVFF \quad (2V2F)$$

$$q\colon VFVF \quad (1V\ 1F\ 1V\ 1F) \qquad (1)$$

Si $n = 3$ (tres proposiciones, $p, q\ y\ r$), $2^3 = 8$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p\colon VVVVFFFF\ (4V\ 4F)$$

$$q\colon VVFFVVFF (2V\ 2F\ 2V\ 2F)$$

$$r\colon VFVFVFVF\ (1V\ 1F\ 1V\ 1F\ 1V\ 1F\ 1V\ 1F) \qquad (2)$$

Si $n = 4$ (cuatro proposiciones, $p, q, r\ \ y\ s$), $2^4 = 16$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p\colon VVVVVVVVFFFFFFFF\ (8V\ 8F)$$

$$q\colon VVVVFFFFVVVVFFFF (4V4F4V4F)$$

$$r\colon VVFFVVFFVVFFVVFF\ (2V2F2V2F2V2F2V2F)$$

$$S\colon VFVFVFVFVFVFVFVF\ (1V1F1V1F1V1F1V1F) \qquad (3)$$

Lo anterior se puede escribir en la forma siguiente, donde el subíndice indica el número de veces del valor de verdad:

$$\mathrm{p}\colon \mathrm{V}_8\mathrm{F}_8$$

$$\mathrm{q}\colon \mathrm{V}_4\mathrm{F}_4\mathrm{V}_4\mathrm{F}_4$$

$$\mathrm{r}\colon \mathrm{V}_2\mathrm{F}_2\mathrm{V}_2\mathrm{F}_2\mathrm{V}_2\mathrm{F}_2\mathrm{V}_2\mathrm{F}_2 \qquad (4)$$

La evaluación de una proposición compuesta se realiza escribiendo cada proposición simple con sus valores de verdad, debajo de otra proposición y efectuando el cálculo según la operación proposicional indicada.

Consideremos ahora las operaciones proposicionales básicas:

La negación de la proposición $p: VF$ es la proposición $\sim p: FV$

La *conjunción* de las proposiciones p y q es una proposición compuesta que se denota: $p \wedge q$.

La forma de escribir que proponemos es la siguiente:

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \wedge(p,q): VFFF: VF_3 \end{array} \qquad (5)$$

Por ejemplo, se tiene la siguiente proposición:

"No hay viento sur, sin embargo hace frio"

p: *Hay viento sur*

q: *Hace frio*

En forma simbólica: $\sim p \wedge q$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} \sim p: \quad FFVV \\ q: \quad VFVF \\ \hline \wedge(\sim p,q): FFVF \end{array} \qquad (6)$$

En la conjunción, el valor de verdad F es "dominante", en cuanto que su presencia define el valor final, que es F. Es decir, al momento de evaluar una conjunción, se tiene que cualquiera sea el número de proposiciones simples presentes, es suficiente que aparezca un valor de verdad F, para que la proposición sea falsa.

La *disyunción incluyente* de las proposiciones p y q se indica como: $p \vee q$

Ejemplo

"Los pájaros cantan o vuelan"

p: *Los pájaros cantan*

q: *Los pájaros vuelan*

En forma simbólica: $p \vee q$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \vee(p,q): VVVF: V_3F \end{array} \qquad (7)$$

En la disyunción, el valor de verdad V es "dominante", en cuanto que su presencia define el valor final. En la disyunción se tiene que, cualquiera sea el número de proposiciones simples, es suficiente un valor de verdad V para que el resultado sea V.

Por ejemplo:

" Ó hace frio o no estoy bien; ó es muy tarde"

Podemos considerar que hay una proposición compuesta desde el inicio de la frase hasta el punto y coma, para resolver esta parte primero y luego consideramos la parte final de la oración como tercera proposición:

p: *Hace frio*

q: *Estoy bien*

r: *Es muy tarde*

En forma simbólica: $(p \vee \sim q) \vee r$

Valores de verdad

$$\begin{array}{ll} p: & VVVVFFFF \\ q: & VVFFVVFF \\ r: & VFVFVFVF \end{array}$$

$$\begin{array}{r} p: VVVVFFFF \\ \sim q: FFVVFFVV \\ \hline \vee\,(p, \sim q): VVVVFFVV \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1): VVVVFFVV \\ r: VFVFVFVF \\ \hline \vee\,(1, r): VVVVVFVV \end{array} \qquad (8)$$

La implicación o condicional de las proposiciones p y q es una proposición compuesta que se indica en la forma $p \Rightarrow q$, y es falsa sólo cuando p es verdadera y q es falsa.

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \Rightarrow: VFVV \end{array} \qquad (9)$$

Ejemplo:

"*Si no hay ahorro, la inversión es difícil*"

p: *Hay ahorro*

q: *La inversión es difícil*

$$\sim p \Rightarrow q$$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} \sim p: FFVV \\ q: VFVF \\ \hline \Rightarrow: VVVF \end{array} \qquad (10)$$

El bicondicional o doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición compuesta que se indica en la forma: $p \Leftrightarrow q$, y que se puede leer como "*p si y sólo si q*" siendo una de sus abreviaciones "*p ssi q*".

La doble implicación o bicondicional de p y q es una proposición verdadera cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad; en otro caso es falsa.

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \Leftrightarrow (p, q): VFFV \end{array} \qquad (11)$$

Diferencia simétrica o disyunción excluyente de las proporciones p y q es la proposición compuesta que se denota $p \veebar q$, y se lee: ó p ó q, en sentido excluyente. La diferencia simétrica es verdadera cuando ambas proposiciones tienen valores de verdad diferentes, en otro caso es falsa.

El sentido de la disyunción excluyente es el de "*al menos uno y a lo sumo uno*".

Valor de verdad

$$\begin{array}{c} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \veebar : FVVF \end{array} \qquad (12)$$

A continuación presentamos un resumen de las operaciones proposicionales básicas junto con sus respectivos valores de verdad.

Tabla 1: Resumen de las operaciones proposicionales.

	N	C	DI	I	B	DE
En símbolos	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \veebar q$
Valores de verdad	FV	$VFFF$	$VVVF$	$VFVV$	$VFFV$	$FVVF$

Donde N designa negación, C conjunción, DI disyunción incluyente, I implicación, B bicondicional y DE disyunción excluyente.

Se puede observar de la tabla que:

$a)$ La disyunción excluyente de las proposiciones p y q es igual a la negación del bicondicional y recíprocamente, el bicondicional de estas proposiciones es igual a la negación de la disyunción excluyente.

En símbolos:

$$p \veebar q \equiv \sim(p \Leftrightarrow q)$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim(p \veebar q) \qquad (13)$$

$b)$ Si observamos la conjunción y la disyunción, se tiene que:

$$\wedge(p,q): VF_3$$

$$\vee(p,q): V_3F \qquad (14)$$

se puede inferir que se da una especie de relación "complementaria" C entre sus valores de verdad, en el sentido que hay un "corrimiento" o "transferencia" de la "valoricidad" o subíndice que indica el número de veces de un valor de verdad a otro, en su complementario:

$$C[\wedge(p,q)] = C(VF_3) = V_3F = \vee(p,q)$$

$$C[\vee(p,q)] = C(V_3F) = VF_3 = \wedge(p,q) \qquad (15)$$

Por su parte, una proposición compuesta es una tautología o ley lógica si resulta verdadera para cualquier valor de verdad de las proposiciones componentes. Una proposición compuesta es una contradicción si resulta falsa para cualquier valor de verdad de las proposiciones componentes. Una proposición compuesta es una contingencia si sus valores de verdad son falsos y verdaderos.

Evaluemos por ejemplo, la siguiente fórmula: $(\sim q \Rightarrow \sim p)\wedge(p\wedge\sim q)$

$$\underbrace{(\sim q \Rightarrow \sim p)}_{1}\underbrace{\wedge}_{3}\underbrace{(p\wedge\sim q)}_{2}$$

1:
$\sim q: FVFV$
$\sim \mathrm{p}: \mathrm{FFVV}$

$\Longrightarrow: \mathrm{VFVV}\ (1)$

2:
$\mathrm{p}: \mathrm{VVFF}$
$\sim \mathrm{q}: \mathrm{FVFV}$

$\wedge: \mathrm{FVFF}$ (2)

3:
$(1): \mathrm{VFVV}$
$(2): \mathrm{FVFF}$

$\wedge: \mathrm{FFFF}$ (16) Contradicción

Se presenta a continuación la respuesta de dos alumnos a un ejercicio de probar la regla de distribución de la conjunción con respecto a la conjunción, formulado en una evaluación parcial:

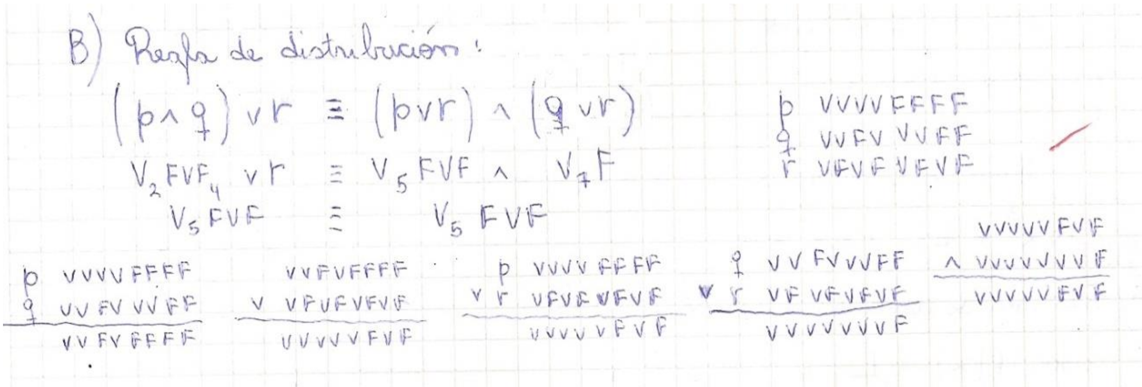

Figura 1: Copia de una respuesta de un alumno en una evaluación parcial

Conclusiones

Este trabajo es una muestra que la educación en la creatividad es posible también en el proceso de enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos. En el caso particular de la innovación que aquí proponemos, no se trata de dejar de lado modos tradicionales de enseñanza, como el uso de tablas de verdad, sino de brindar una forma alternativa de escribir y evaluar proposiciones, sin perder de vista los aspectos semánticos y sintácticos correspondientes.

Este aspecto de la creatividad no parece ser tenido muy en cuenta en la enseñanza de la matemática como competencia a desarrollar. Una dimensión cercana a la creatividad, consiste en emplear diferentes registros semióticos de una misma noción matemática. Una cuestión importante a tener en cuenta en la educación en la creatividad, supone generar un contexto de enseñanza y aprendizaje apropiado que lleve a los estudiantes precisamente a la creatividad. La creatividad en matemática no significa solamente proveer nuevas notaciones o nuevos registros, sino también, nuevas formas de desarrollar contenidos dados en forma tradicional, nuevos métodos de trabajo, nuevos enfoques, para aprovechar también dispositivos tecnológicos que se tienen actualmente.

Referencias

Betancourt Morejón, J.: Creatividad en la educación: educación para transformar. *Revista Psicología Científica. Com.* http://www.psicologiacientifica.com/. Consultado 02/05/19

Russell, B. y Whitehead:. Principia Mathematica, T.1

Saussure, F.: Curso de Lingüística General. Traducción, prólogo y notas de Amado Alonso. Vigésima cuarta edición editorial Losada Libera los libros. http://www.jacquesderrida.com.ar. Consultado 05/04/18

Wittgenstein L. Tractatus logico-philosophicus. Traducción autorizada de la edición publicada por Routledge, sello del grupo Taylor & Francis. Routledge & Kegan Paul, Ltd., Londres. Filosofía Alianza Editorial. Quinta reimpresión, 2010.