

**201 ANALISIS DE COMPETENCIAS MATEMATICAS A DESARROLLAR DESDE LA EJERCITACIÓN
PROPUESTA EN LA CARTILLA DE TRABAJOS PRACTICOS DE ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA
2019**

Aisama, María José – Gutierrez, Patricia Gisela Carolina

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Jujuy

mjaisama@gmail.com - gica_05@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: Trabajos prácticos, Competencias matemáticas, Algebra

Resumen

En Ciencias Económicas, la Matemática juega un papel muy significativo al constituirse en una herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos. El profesional de las Ciencias Económicas debe contar entonces, con los conocimientos matemáticos suficientes para poder interpretar la realidad en términos matemáticos, lograr establecer regularidades y modelos efectivos que le permitan establecer relaciones entre variables económicas y sobre todo, utilizar estos modelos para realizar predicciones y tomar decisiones.

Los estudiantes de Ciencias Económicas necesitan desarrollar diversas competencias matemáticas para poder afrontar a lo largo de su carrera universitaria, situaciones conflictivas que se le presentan en las diversas áreas de formación.

Los contenidos matemáticos que se desarrollan en el ámbito universitario deben ser impartidos con el propósito de generar y potenciar competencias en los alumnos; dado que estas competencias trascenderán el ámbito universitario, consolidándose como un recurso que utilizará el profesional de manera permanente a lo largo de su vida laboral y personal.

Por lo expuesto, un grupo de docentes de la asignatura Algebra y Geometría Analítica -correspondiente a primer año de las carreras de Licenciaturas en Administración y Economía Política que se cursan en la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Jujuy, presenta un análisis documental de tipo descriptivo, en el cual, a partir de definir qué se entiende por competencia matemáticas, va a desplegar una lista de enunciados de problemas propuestos para el desarrollo de los contenidos propios de la asignatura, que permiten el desarrollo de dichas competencias.

Introducción

En Ciencias Económicas, la Matemática juega un papel muy significativo al constituirse en una herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos. El profesional de las Ciencias Económicas debe contar entonces, con los conocimientos matemáticos suficientes para poder interpretar la realidad en términos matemáticos, lograr establecer regularidades y modelos efectivos que le permitan establecer relaciones entre variables económicas y sobre todo, utilizar estos modelos para realizar predicciones y tomar decisiones.

Los contenidos matemáticos que se desarrollan en el ámbito universitario deben ser impartidos con el propósito de generar y potenciar competencias en los alumnos; dado que estas competencias trascenderán el ámbito universitario, consolidándose como un recurso que utilizará el profesional de manera permanente a lo largo de su vida laboral y personal.

Por lo expuesto, un grupo de docentes de la asignatura Algebra y Geometría Analítica -correspondiente a primer año de las carreras de Licenciaturas en Administración y Economía Política que se cursan en la Facultad de Ciencias

Económicas, de la Universidad Nacional de Jujuy, presenta un análisis documental de tipo descriptivo, en el cual, a partir de definir qué se entiende por competencia matemáticas, va a desplegar una lista de enunciados de problemas propuestos para el desarrollo de los contenidos propios de la asignatura, que permiten el desarrollo de dichas competencias.

Fundamentación

Uno de los lineamientos que impulsa la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU) hace hincapié en la implementación de análisis de casos en las prácticas de los diferentes espacios curriculares. Incorporarlos en las guías de trabajos prácticos del área Matemática, resulta relevante e indispensable para lograr que los estudiantes desarrollen y potencien diferentes competencias matemáticas, que le permitirán afrontar diferentes situaciones tanto en su vida cotidiana como laboral.

Los estudiantes de las carreras de las Ciencias Económicas necesitan desarrollar diversas competencias matemáticas para poder afrontar a lo largo de su carrera universitaria, situaciones conflictivas que se le presentan en las diversas áreas de formación y que se reducen en su gran mayoría, al contexto de las Matemáticas. Un ejemplo en el ámbito de la Economía es el vinculado a la optimización de recursos, es decir, la asignación eficiente de recursos escasos destinados a la producción, en el cual para su resolución es necesario desarrollar conceptos matemáticos tales como: funciones algebraicas, derivadas, extremos relativos, etc.

Al ser Álgebra y Geometría Analítica la primera materia del área Matemática que se desarrolla en las carreras de las licenciaturas anteriormente mencionadas, sus contenidos deben ser utilizados como herramientas para facilitar y generar competencias matemáticas, valiosas no sólo para la práctica de los futuros profesionales, sino también para satisfacer necesidades personales que trascienden el ámbito laboral.

Marco Teórico

En los años noventa, el proceso de enseñanza – aprendizaje, empieza a abordarse desde un paradigma constructivista, en contraposición a las teorías conductistas desarrolladas hasta ese momento, que concebían al alumno como un sujeto pasivo, receptor de conocimientos. El constructivismo se focaliza en un aprendizaje significativo, lo que demanda un alumno activo, generador de su propio saber.

El desarrollo de teorías en torno a la triada didáctica es permanente y atiende a diferentes objetos de estudio. Surgieron corrientes que, luego de focalizarse en el aprendizaje significativo, centraron su análisis en un currículum flexible, otras abordaron todo lo referente al aprendizaje colaborativo. También fue foco de atención por parte de las teorías del conocimiento, la resolución de problemas, considerado como un recurso relevante para lograr el aprendizaje.

Autores como Diaz Barriga (2006) y Portilla (2017) coinciden en señalar que, desde el inicio de este siglo, el enfoque por competencias es preponderante, al momento de planificar una política educativa que persiga una enseñanza de calidad.

La noción de competencia surge al hablar de formación laboral, a fines de los años 40, y en la actualidad se emplea en los diferentes niveles de educación.

Perrenoud P. (2001) señala en torno al significado de competencia, que:

Actualmente, se define en efecto una competencia como la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizandole a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, micro competencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento (p. 27).

Al hablar de competencias matemáticas se considera relevante citar en primer lugar la definición de OCDE/PISA (2003):

(...) define la competencia matemática como (...) una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivos (...) (p. 37).

Niss (2003, p. 218), define a la competencia matemática como: “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos”.

Al hablar de competencias y en particular de competencias matemáticas se confluje en que las mismas están asociadas a la facultad que presenta una persona para direccionar sus conocimientos frente a una situación que se le presenta y lo moviliza. A través de las competencias, un individuo puede responder de forma autónoma a necesidades socioculturales, científicas e individuales.

Son ocho las competencias matemáticas propuestas por Niss y adoptadas por PISA, en el ámbito de la educación matemática:

- Pensar matemáticamente: implica formular preguntas que hacen a cuestiones o derivan en características de las matemáticas, sabiendo las clases de respuestas a esos interrogantes (y no necesariamente, conocer cómo obtener la o las respuestas). Comprende también atender a las limitaciones que pueda tener un concepto dado; generalizar resultados; distinguir diferentes tipos de enunciados como ser: teoremas, sentencias condicionadas, cuantificadores, suposiciones, definiciones, conjeturas, casos, etc.
- Plantear y solucionar problemas matemáticos: se refiere a identificar, proponer, especificar diferentes tipos de problemas matemáticos, abiertos y cerrados, que pueden presentar a su vez, una solución abierta o cerrada y, plantear un problema de diferentes modos. Esta competencia también implica resolver problemas de diversas maneras.

- **Modelar matemáticamente:** alude al análisis, construcción y evaluación de modelos generados por uno mismo y también existentes, considerando sus alcances y limitaciones y, la aplicación e interpretación de modelos existentes en función de una situación planteada. Esta competencia se refiere también a la capacidad de pasar del mundo real a la modelización, hablar de la realidad a través de una construcción matemática controlada durante todo su proceso de elaboración, además de la posibilidad de proponer actividades que impliquen la modelización como herramienta de solución.
- **Razonar matemáticamente:** tiene que ver con conocer que es una demostración matemática y su diferencia con el razonamiento heurístico, por ejemplo. Esta competencia tiene que ver con la rigurosidad de los argumentos emitidos o recibidos; saber construir y expresar argumentos matemáticos de diferentes tipos; y poder seguir y evaluar cadenas entre ellos.
- **Representar entidades matemáticas:** hace referencia a la capacidad de interpretar y usar distintos tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas; optar entre las diversas formas de representación de un mismo objeto en función de la situación planteada; conocer las restricciones en la utilización de diferentes clases de representaciones y las relaciones entre ellas.
- **Manipular símbolos matemáticos y formalismos:** tiene implicancia con la decodificación e interpretación del lenguaje matemático, simbólico y formal, además de la comprensión de su relación con el lenguaje natural; alude también al conocimiento de las reglas de los sistemas matemáticos formales (desde ambos puntos de vista, sintáctico y semántico), y a la capacidad de pasar del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa, manipulando expresiones que contengan símbolos y fórmulas.
- **Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas:** esta competencia tiene que ver con comprender mensajes de distinto tipo: escritos, visuales u orales, que posean contenido matemático y por supuesto, también saber expresarlos con diferente nivel de precisión teórica y técnica, de forma oral, visual o escrita.
- **Hacer uso de los soportes y de las herramientas:** implica conocer y manejar diversos recursos, herramientas y soportes informáticos para la actividad matemática, tener en cuenta sus limitaciones y utilizarlos conscientemente.

Análisis documental

A continuación, se presentan una serie de ejercicios extraídos de la Cartilla de Trabajos Prácticos del ciclo lectivo 2019. En los mismos se van a identificar aquellas competencias matemáticas más utilizadas por los estudiantes. Por último, se señalarán las competencias que no lograron abordarse desde los ejercicios propuestos; situación que podría obedecer tanto a las características de la ejercitación planteada, como a las estrategias didácticas empleadas por los docentes.

1.- En los siguientes ejercicios se ejemplifica como se trabaja con la competencia **Pensar matemáticamente**. El alumno debe interpretar qué se está requiriendo en cada caso, aun cuando no logre definir de manera inmediata la forma de responder al interrogante planteado. La guía de Trabajos Prácticos, a lo largo de todo su desarrollo, demanda del estudiante, trabajar con esta competencia.

Ejemplo I: T.P. N° 1: ANALISIS COMBINATORIO – BINOMIO DE NEWTON

Resolver los siguientes problemas:

a) *Cinco amigos van al cine:*

- i) *¿De cuántas maneras distintas se pueden sentar en cinco butacas continuas?*
- ii) *Si en una fila hay solo tres butacas, ¿de cuántas maneras distintas pueden ser ocupadas?*
- iii) *Antes de que comience la película deciden que un grupo de tres amigos deberá ir a comprar los pochoclos, ¿de cuántas maneras distintas pueden ir a comprar?*

Ejemplo II: T.P. N° 2: MATRICES Y DETERMINANTES

Una fábrica produce encendedores (P1), sellos (P2) y llaveros (P3) para cuya elaboración se precisan materias primas como gas (M1), tinta (M2), plástico (M3) y metal (M4). Posee dos plantas de distribución A y B. La siguiente tabla muestra la producción de la fábrica:

Plantas	Productos		
	P ₁	P ₂	P ₃
A	1000	650	400
B	1000	600	350

A continuación, se detalla la requiere la cantidad de materias primas, en gramos, que se requiere para la fabricación de cada uno de los productos y su costo, en pesos:

Productos	Materia Prima			
	M1	M2	M3	M4
P1	10	0	40	10
P2	0	20	60	0
P3	0	0	30	30

	Costo en \$
M1	4
M2	1
M3	3
M4	4

Se pide:

- i. *¿Qué materias primas forman parte de los llaveros y en qué cantidad por unidad producida?*
- ii. *Expresar la cantidad total de cada materia prima que se precisa por plantas de producción.*
- iii. *Determinar los costos de cada producto*
- iv. *Determinar los costos totales de cada una de las plantas de producción.*

2.- Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas: Todas las consignas de la guía de trabajos prácticos, para su correcta interpretación y resolución, requieren el entendimiento del lenguaje técnico matemático.

Ejemplo III: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES - RECTA

Determinar las coordenadas de los puntos que distan 3 unidades del eje de ordenadas y 5 unidades del punto R (0;1).

3.- Plantear y solucionar problemas matemáticos: se presentan numerosos ejercicios con solución cerrada, pero es importante destacar que, a su vez, tienen diferentes alternativas de resolución, que deben ser desarrolladas por los estudiantes. Ambos ejemplos corresponden a ejercicios cerrados, pero el primero presenta una solución cerrada, mientras que el segundo, una solución abierta.

Ejemplo IV: T.P. N° 1: ANALISIS COMBINATORIO – BINOMIO DE NEWTON

Obtener directamente sin efectuar el desarrollo de la potencia del binomio, los datos requeridos en cada uno de los casos:

- a) El término séptimo del desarrollo $(5x+8y)^{30}$
 c) Los términos centrales en el desarrollo $\left(\frac{3}{2}x^3 - y^{-2}\right)^5$

Ejemplo V: T.P. N° 6: SUCESIONES

Resolver:

- a) La suma de tres términos de una sucesión aritmética cuya razón es 11 vale 66. Encontrar dichos términos.
 b) La suma de 6 números impares consecutivos vale 120. Encontrar dichos números.
 c) En una sucesión geométrica, la suma de los dos primeros términos es 12 y la suma del primero con el tercero es 30. Hallar el término general y calcular la suma de los cinco primeros términos.

4.- **Manipular símbolos matemáticos y formalismos:** se puede considerar a todos los ejercicios planteados tanto en el T.P. de Lógica proposicional y al T.P. de Estructuras Algebraicas como excelentes demandantes de: la capacidad de manipulación de símbolos matemáticos por parte del alumno, de la capacidad de intercambio y manejo del lenguaje natural y simbólico.

Ejemplo VI: T.P. N° 4: LÓGICA PROPOSICIONAL

Simbolizar, negar y retraducir usando cuantificadores.

- a) Ningún empresario tiene deudas.
 b) Todos los comerciantes pagan sus impuestos cuando tramitan el libre deuda.
 c) Algunas funciones son continuas y derivables.
 d) Si todos los niños van a la escuela y practican deportes entonces no juegan con la computadora.

Ejemplo VII: T.P. N° 5: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

Analizar si las siguientes operaciones, son o no ley de composición interna en el conjunto indicado en cada caso y justificar la respuesta:

- a) $a * b = b - 3a$, en N y Z .
 b) $x \circ y = \frac{x+y}{3}$, en N y Q .

5.- **Representar entidades matemáticas:** en los ejercicios siguientes, el estudiante interpreta la información que se brinda tanto en las tablas de doble entrada, como en las gráficas dadas.

Ejemplo VIII: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES – LA RECTA

Dados los siguientes gráficos, se pide:

- a) Escribir, si es posible, en forma explícita, implícita y segmentaria la ecuación de las rectas.
 b) Identificar, cuando sea posible, pendiente y ordenada al origen.
 c) Determinar, si es posible, la distancia de cada una de ellas al origen.

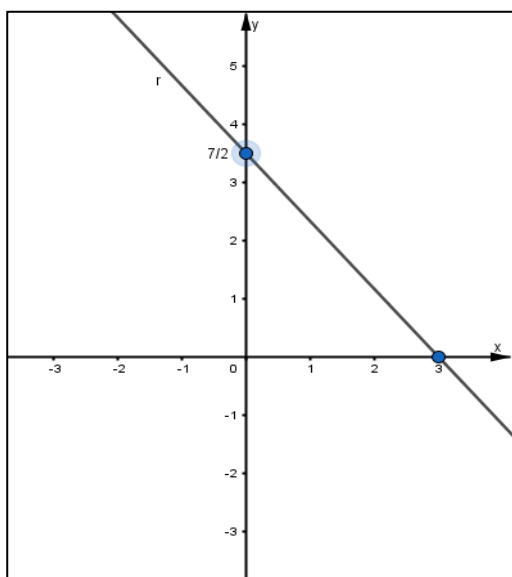


Figura 1. Gráfica que representa una recta: r.

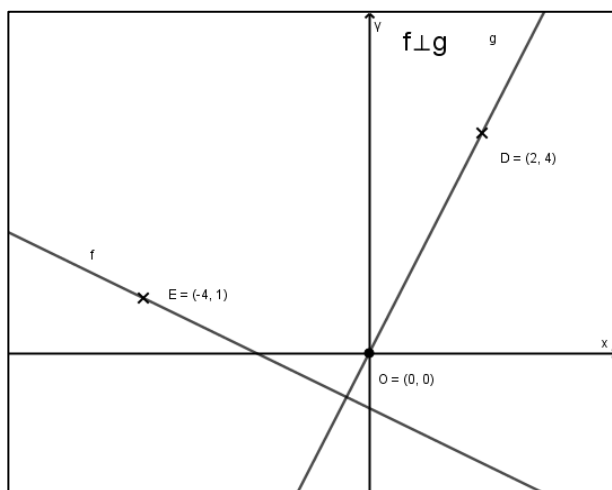


Figura 2. Gráfica que representa dos rectas: f y g.

6.- **Razonar matemáticamente:** en este tipo de ejercicios, el alumno plantea una serie de demostraciones que justifique cada una de sus afirmaciones. Es decir, se requiere que argumente rigurosamente que propiedad cumple cada conjunto dado, a fin de determinar de qué estructura algebraica se trata en cada caso.

Ejemplo IX: T.P. N° 5: ESTRUCTURAS ALGEBRACIAS

Dados los siguientes conjuntos y las operaciones definidas en cada caso, decir de qué estructura algebraica se trata:

- $R - \{0\}$ con la multiplicación.
- $B = \{(x, y) \in R^2 ; y = 2\}$ con la suma usual.
- $C = \{1; -1; i; -i\}$ con la multiplicación (con i , unidad imaginaria). Construir tabla.

7.- **Modelar matemáticamente:** a través de este tipo de ejercicio, el estudiante modeliza, la relación existente entre las variables presentadas: demanda de un producto y su precio y, a la vez evaluar las limitaciones del modelo generado.

Ejemplo V: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES – LA RECTA

Suponga que la demanda semanal de un producto es de 100 unidades cuando el precio es de \$ 58 por unidad, y de 200 unidades a un precio de \$51 cada uno.

- Determinar la ecuación de demanda, suponiendo que esta es lineal.
- Interpretar la pendiente y la ordenada al origen de la ecuación.

8.- **Hacer uso de los soportes y de las herramientas:** No se solicita al alumno la aplicación de herramientas informáticas para el desarrollo de la guía de trabajos prácticos.

Resultados

Como se mencionara anteriormente, la guía de trabajos prácticos, para su correcta interpretación y resolución, requiere que el alumno desarrolle en una primera instancia, las competencias: comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas y **pensar matemáticamente**, debido a que las consignas están redactadas en términos propios de la ciencia matemática.

A fin de ejemplificar en que consiste cada competencia matemática, se habló de un ejercicio y se lo vinculó a sólo una competencia, pero en realidad, cada ejercicio planteado en la guía permite el desarrollo simultáneo de diversas competencias matemáticas en el alumno.

Las situaciones problemáticas contextualizadas pueden considerarse las principales generadoras del despliegue de competencias en los estudiantes, sin embargo, se presentan en un número muy reducido dentro del cuerpo de la guía. Sí cabe señalar que los problemas presentes en la guía, están acompañados de preguntas que orientan al alumno a limitar y validar cada modelo generado.

Los ejercicios de los trabajos prácticos que abordan conceptos de geometría analítica, y conforman un poco más del 30 %, posibilitan una asociación, comprensión y confrontación gráfica altamente positiva para el desarrollo de competencias.

Con respecto a la competencia matemática: **hacer uso de los soportes y de las herramientas**, cabe hacer mención que, desde este ciclo lectivo se introdujo la utilización de software matemáticos para acompañar la resolución de ejercicios sobre geometría analítica.

Conclusiones

Dado que, desarrollar competencias matemáticas implica movilizar al estudiante de modo que direcciona sus conocimientos para resolver en forma independiente situaciones concretas, es necesario que el docente universitario acompañe este proceso generando ambiente de trabajo colaborativo, siendo guía y encauzando el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así también es importante la utilización de herramientas de apoyo adecuadas y la incorporación de situaciones problemáticas integradoras del conocimiento matemático y otros tipos de conocimiento. Todo esto conlleva al estudiante, a dar respuesta a situaciones con un nivel de complejidad cada vez mayor; exigencia de las actuales políticas educativas universitarias imperantes.

Referencias Bibliográficas

Díaz Barriga, Á. (2006). El enfoque de competencias en la educación: ¿ Una alternativa o un disfraz de cambio?. Perfiles educativos, 28(111), 7-36.

Fernández Barberis, G., Escribano Rodenas, M., Peral Walias, I. y Rodríguez Sánchez, S. (2011). La importancia de las Matemáticas en el Grado en Ciencias Económicas de la Universidad de San Pablo CEU. XIX Jornadas ASEPUMA. <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/6017729.pdf>. Consultado 02/05/2019.

Hernández Sampieri, R (2014). Metodología de la Investigación. México. Mc Graw Hill.

Informe, P. I. S. A. (2003). Aprender para el Mundo de Mañana. Madrid. Santillana.

Muratore, F., Ceballos, A., Lescano, O., Castillo, J., Arce, M. (2019). Análisis documental acerca de las competencias matemáticas utilizadas en un trabajo final de graduación de la Licenciatura en Administración sobre el dimensionamiento de stock de una distribuidora de productos de cosmética capilar en la ciudad de La Banda. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Niss, M. (2003) Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 215-220. [http:// www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf](http://www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf). Consulta 30/04/19

Parra Arboleda, C. (2015). Competencias transversales para las mallas. <http://es.sildeshare.net/clauiapp/competencias-transversales-50686879>. Consultado 20/06/2018

Perrenoud, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. Revista de Tecnología educativa, 14(3), 503-523.

Portilla, M. G. Las competencias en la formación docente, desde una perspectiva comparada. <http://www.saece.com.ar/docs/congreso6/trab089.pdf>. Consultado 02/05/19

Yuni, J y Urbano, C. (2014). Técnicas para investigar: Recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación. Córdoba. Editorial Brujas