

196 ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES EN EL PRIMER PARCIAL DE INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS DE LA UNC EN 2018

Ceballos Salas, María Valentina – Díaz, Julieta – Nahas, Estefanía – Virgolini, Rubén
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba
mvaleceballos@gmail.com – diazjulieta31@gmail.com – tefinahas@gmail.com – rubenvirgolini@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Errores, Introducción a la Matemática, Primer Parcial 2018

Resumen

Los errores son una realidad permanente en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son los principales errores que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos. Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con aspectos propios de la matemática (naturaleza abstracta, pensamiento lógico), sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades. Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área. Una primera aproximación que se efectuó es un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018. Posteriormente se estudiaron las características comunes y no comunes en los errores encontrados en dicho parcial.

1 Introducción

1.1 Contexto

El presente trabajo está enmarcado en el Proyecto Formar de la Secretaría de Ciencia y Tecnología (Secyt) titulado “Análisis de los errores en Matemática de los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba”¹⁷, aprobado por Resolución 411/2018, con lugar de trabajo en la FCE, UNC.

El proyecto plantea como objetivo principal “analizar los errores al resolver problemas y/o ejercicios que aparecen en las respuestas de los exámenes de la asignatura “Introducción a la Matemática”, la cual forma parte del ciclo de nivelación de la FCE, UNC.

A su vez, en el proyecto se establecen los siguientes objetivos específicos:

5. Analizar el rendimiento de los estudiantes de manera global, basándonos en los exámenes realizados por ellos.
6. Identificar los errores correspondientes a contenidos matemáticos que cometen los estudiantes que aspiran a ingresar a cualquiera de las carreras de Ciencias Económicas.
7. Categorizar los errores analizados.

¹⁷ En adelante, nos referiremos a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba como FCE, UNC.

Teniendo en cuenta los propósitos de la investigación, se plantearon una serie de hipótesis de investigación o anticipaciones de sentido, las cuales no sólo tienen que ver con la identificación y clasificación de los errores, sino también con el desarrollo de propuestas remediales:

8. Existen dificultades comunes en la comprensión de contenidos matemáticos en los estudiantes, que se manifiestan cometiendo errores similares.
9. La identificación de los errores proporciona elementos para el desarrollo, tanto de propuestas didácticas para los docentes, como de estrategias para los estudiantes para que logren revertirlos.

1.2 Análisis de la problemática

Los errores son una realidad permanente y constante en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son las principales dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

En términos generales, los estudiantes que ingresan a la universidad presentan un bajo nivel académico, particularmente en la asignatura Matemática, razón por la cual el índice de reprobación y deserción es elevado. Este problema no es exclusivo de una universidad, sino que se presenta en numerosas universidades de diversos países del mundo (Barrón López, Estrada Cabral, Luna González, Loera Ochoa y Ruiz Chávez, 2013).

“El aspecto conceptual y el operacional de los objetos matemáticos y el lenguaje propio de la matemática ponen de manifiesto la naturaleza abstracta y la complejidad de la disciplina. El pensamiento lógico está presente en todas las actividades, aún si se utilizan métodos intuitivos para la demostración de la veracidad de las relaciones que se establecen entre los distintos objetos matemáticos” (Bender, Burrone, Dodera y Lázaro, 2014: 70). De todos modos, las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con estos aspectos propios de la matemática, sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades.

Entendemos que “un error es no sólo consecuencia de ignorancia o de incertidumbre o de un accidente. Un error podría ser la consecuencia de un conocimiento previo que tiene su propio interés, su propio éxito, pero que aparece como falso bajo nuevas circunstancias, o más simplemente no adaptado. Así en el análisis didáctico los errores no son entendidos como meras fallas de los alumnos, sino más bien como síntomas de la naturaleza de las concepciones que subyacen en sus actividades matemáticas” (Balacheff, 1984:36).

Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática en el ingreso a dicha facultad, desde el estudio de las concepciones que tienen los estudiantes acerca de ella, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área. En este sentido, el estudio de las posibles deficiencias y errores de Matemática que los estudiantes traen del secundario, hace necesaria la “implementación de acciones que nos proporcionen un diagnóstico que nos permita a los docentes generar estrategias para crear entornos de aprendizaje enriquecedores” (Barrón López et al, 2013: 110).

Numerosos trabajos coinciden en señalar que existen errores reiterados en el sistema educativo. “Los errores forman parte de las producciones de la mayoría de los estudiantes, y constituyen un elemento estable en los procesos de

enseñanza y aprendizaje de la Matemática” (Abrate et al, 2006: 136). Godino, Batanero y Font (2003) establecen que es natural que los estudiantes cometan errores y tengan dificultades en el proceso de aprendizaje y consideran que se puede aprender de los propios errores.

El estudio de los mismos en el aprendizaje de la matemática ha sido de un interés permanente por parte de diferentes investigadores a nivel mundial. Considerando los objetivos presentados por las investigaciones en análisis de errores existentes, las mismas pueden ser agrupadas en dos categorías: aquellas que buscan superar el error a través de su eliminación, donde se pueden encontrar investigaciones que tuvieron la influencia del conductismo y el procesamiento de la información y aquellas que buscan la superación del error a través de la exploración de sus potencialidades, donde aparecen trabajos de carácter constructivista (Abrate et al, 2006).

En este sentido, la investigadora Raffaella Borasi (Cury, 1994; Borasi, 1989), realiza un abordaje sobre las posibilidades existentes en la utilización de análisis de los errores en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Además del mencionado papel tradicional del análisis de errores para lograr identificarlos, clasificarlos y eliminarlos, se plantea el uso de los mismos como instrumentos fundamentales para avanzar en el desarrollo de una disciplina. Es decir, explorar las potencialidades del error, considerarlo un estadio necesario que puede conducir a nuevos descubrimientos, utilizarlo como una herramienta que permite comprender los procesos cognitivos de los estudiantes.

2 Desarrollo

Como ya se ha mencionado anteriormente, y, a partir del marco teórico analizado, la investigación se lleva adelante utilizando los exámenes de la materia “Introducción a la Matemática”, del ciclo de nivelación de la FCE, UNC con los que se analizan los errores y dificultades presentes en la resolución de los ejercicios y problemas de los mismos. El núcleo clave de abordaje consiste en identificar y categorizar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes de la asignatura e inferir las posibles concepciones encubiertas en esos errores.

Una primera aproximación que se efectuó es un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018, para posteriormente estudiar las características comunes y no comunes en los errores encontrados en el parcial. Este estudio exploratorio se realizó porque consideramos que las notas obtenidas por los estudiantes son en gran parte un reflejo de los errores cometidos al resolver el parcial.

Para ingresar a la FCE en 2018 se inscribieron en el ciclo de nivelación 2.573 estudiantes. El programa de Introducción a la Matemática establece que se aprueba cada uno de los dos parciales, con nota de 4 (cuatro) o más. La escala de notas utilizada en los parciales es la establecida en la Ordenanza 482/09 del Honorable Consejo Directivo de la FCE la cual determina las siguientes calificaciones: 0 puntos porcentuales = 0 (cero); 1 a 20 puntos porcentuales = 1 (uno); 21 a 30 puntos porcentuales = 2 (dos); 31 a 49 puntos porcentuales = 3 (tres); 50 a 53 puntos porcentuales = 4 (cuatro); 54 a 59 puntos porcentuales = 5 (cinco); 60 a 68 puntos porcentuales = 6 (seis); 69 a 77 puntos porcentuales = 7 (siete); 78 a 86 puntos porcentuales = 8 (ocho); 87 a 95 puntos porcentuales = 9 (nueve) y 96 a 100 puntos porcentuales = 10 (diez).

A continuación el gráfico muestra los porcentajes de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial del 2018:

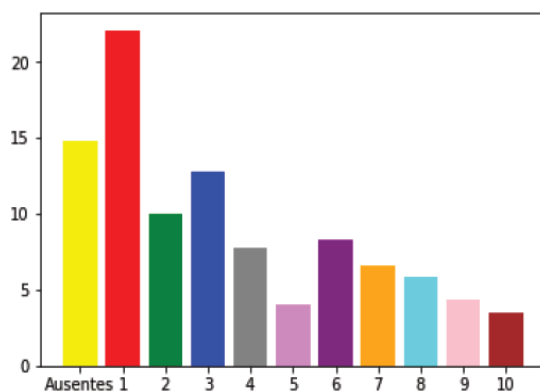


Gráfico 1. Resultados del primer parcial 14/02/18

A partir del gráfico puede observarse:

10. El porcentaje de estudiante ausentes fue del 15% (381 estudiantes).
11. Obtuvo nota 1 el 22% (568); nota 2 el 10% (256) y nota 3 el 13% (329). En suma, reprobó el 45% (1.153).
12. Obtuvo nota 4 el 8% (201); nota 5 el 4% (103); nota 6 el 8% (213); nota 7 el 7% (169); nota 8 el 6% (150); nota 9 el 4% (112) y nota 10 el 4% (91). Es decir que en total, aprobó el 40% (1.039).

Luego de este análisis, se procedió a estudiar los errores cometidos en la resolución del parcial.

En este parcial se evaluaron las unidades 1, 2 y parte de la unidad 3 del programa de la asignatura. La unidad 1, denominada números y operaciones aritméticas, comprende operaciones con números naturales, enteros, racionales, irracionales, reales y complejos. La unidad 2, denominada expresiones algebraicas, contiene operaciones entre expresiones algebraicas, factorización, descomposición factorial y expresiones algebraicas fraccionarias. La unidad 3, denominada ecuaciones e inecuaciones, posee los siguientes contenidos: ecuación lineal con una incógnita, ecuación cuadrática con una incógnita, ecuaciones fraccionarias, sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas y por último inecuaciones. Este último, es el único tema de la unidad que no fue evaluado en el primer parcial.

El mismo constaba de ocho ejercicios y/o problemas. A continuación presentamos las temáticas y un ejemplo de enunciado para cada uno:

1. Planteo y resolución de una ecuación:

Analice el problema, plantéelo y resuelva.

“Un atleta ha recorrido la tercera parte de una carrera, y sabe que si recorriese la cuarta parte de la distancia que le falta para finalizar, estaría a 12 kilómetros de la meta. ¿Cuál es la distancia total que tiene que recorrer el atleta?”

2. Factorización:

Resuelva previo factoro y simplificación.

$$\frac{5p^2 + 3p}{2x - 10} \cdot \frac{8(x^2 - 25)}{5px + 25p + 3x + 15}$$

3. Ecuación fraccionaria:

Resuelva la siguiente ecuación.

$$\frac{6}{x^2 + 2x} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{3}{x}$$

4. Operaciones combinadas:

Resuelva la siguiente operación.

$$\left[(-6)^0 + \sqrt{1 - \frac{(2^3 - 3^{-2} \cdot 3^2)}{5^2 - 2^5}} \right] - \frac{1}{5} \sqrt{8^2 + (-2)^2} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + (-1)^{44} \right]$$

5. Sistema de ecuaciones:

Resuelva y clasifique de acuerdo al tipo de solución el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y = -4 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$$

6. División de polinomios:

Establezca cuál es la opción correcta, **justificando adecuadamente su elección.**

Dados $P(x) = -2x^2 + 4x - 2$ y $Q(x) = x - 3$. ¿Cuál es el resto de hacer $P(x):Q(x)$?

- a) -32
- b) -2
- c) -44
- d) -8
- e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

7. Resta de expresiones algebraicas:

Establezca cuál es la opción correcta, **justificando adecuadamente su elección.**

El resultado de resolver la expresión:

$$\frac{6x - 6}{3x^2 - 6x + 3} - \frac{6(x + 1)}{3x^2 + 6x + 3}$$

- a) $\frac{4}{(x+1)^2}$
- b) $\frac{4}{x^2 - 1}$
- c) 1
- d) 0
- e) Todas las opciones anteriores son incorrectas.

8. Descomposición factorial:

Establezca cuál es la opción correcta, **justificando adecuadamente su elección.**

La descomposición factorial del polinomio $Q(y) = 10y^2 - 2y^3 - 12y$ es:

- a) $Q(y) = -2y(y+3)(y+2)$
- b) $Q(y) = -2y(y-3)(y-2)$
- c) $Q(y) = 2y(y+3)(y-2)$
- d) $Q(y) = 2y(y-3)(y+2)$
- e) Ninguna de las anteriores es correcta.

La coordinadora de la materia confeccionó 8 temas, de los cuales el tema 1 y el 3 contenían los mismos ejercicios pero ubicados en distinto orden (y lo mismo sucedió con los temas 2 y 4, 5 y 7 y 6 y 8). Por lo que, en la práctica, nos encontramos con 4 temas diferentes. Tomamos la decisión de elegir al azar 20 parciales de cada uno de los 4 temas distintos, seleccionando 2 parciales de cada una de las notas de la escala de corrección. Así, seleccionamos 2 parciales con nota uno, 2 parciales con nota 2, 2 parciales con nota 3 y así sucesivamente hasta llegar a 2 parciales con nota diez. De esta manera nos aseguramos de analizar todo el espectro de notas posibles. Dado que seleccionamos 20 parciales de cada uno de los 4 temas, analizamos en total los errores de 80 parciales correspondientes al Primer Parcial de 2018. Si bien este número de parciales analizados puede parecer bajo en relación a la cantidad de estudiantes que rindieron el parcial (2.192), fueron suficientes para encontrar un determinado patrón en los errores cometidos por los estudiantes.

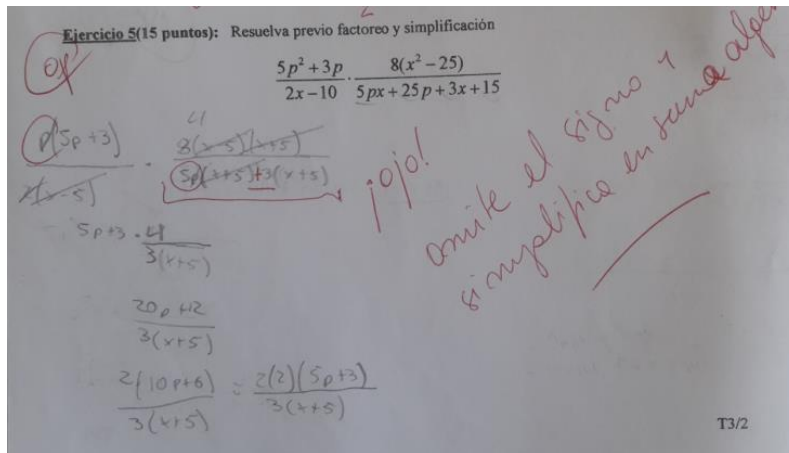
Después de analizar los errores cometidos en cada uno de los 8 ejercicios y/o problemas de los 80 parciales correspondientes al Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018, se especifica a continuación lo que se pudo observar. Para algunos de los casos, se presentan a su vez ejemplos de la forma que tuvieron los errores enunciados:

- 13. El ejercicio que menos errores presentó fue el correspondiente a la división de polinomios. El 76% (61) de los estudiantes resolvió el mismo sin errores;
- 14. Con respecto al planteo y resolución de una ecuación, el 40% (32) planteó mal la ecuación por lo que este error hizo que no llegaran al resultado correcto;

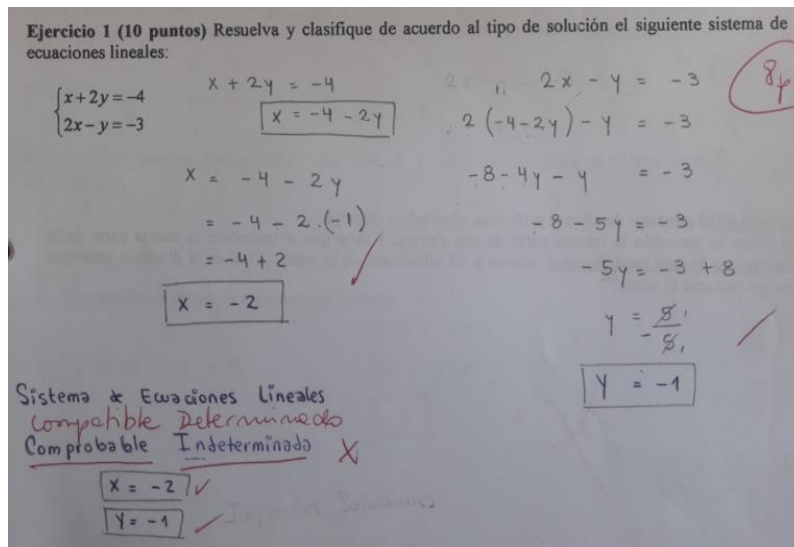
Ejercicio 4 (15 puntos): Analice el problema, plantéelo y resuelva.
 "Un atleta ha recorrido la tercera parte de una carrera, y sabe que si recorriese la cuarta parte de la distancia que le falta para finalizar, estaría a 12 kilómetros de la meta. ¿Cuál es la distancia total que tiene que recorrer el atleta?"

Handwritten solution showing the equation: $\frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}x\right) + 12\right) = x$. The student simplifies to $\frac{7}{12}x + 12 = x$, then $\frac{7}{12}x = -12$, and finally $x = -12 \cdot \frac{12}{7} = -\frac{144}{7}$. A red box highlights the final answer $x = -\frac{144}{7}$, with a handwritten note "¿distancia negativa?" and a calculation $-12 + 12 = 0$.

- 15. En el ejercicio de factorización el 20% (16) cometió errores de simplificación y el 21% (17) tuvo errores en los casos de factoreo;



16. En el sistema de ecuaciones el 37% (30) no clasificó el sistema, lo cual se pedía en la consigna, o clasificó el sistema de manera incorrecta;



17. El 19% (15) no resolvió el ejercicio de descomposición factorial.

3 Reflexiones finales

Muchos estudios han versado en los últimos años respecto de los principales errores y dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática. Sin embargo, lo novedoso del presente trabajo es que nunca se han realizado estudios de este tipo en la FCE, de la UNC.

Al analizar a los ingresantes en relación a la materia “Introducción a la Matemática” en particular, llama la atención la baja proporción de estudiantes que logra regularizarla. A partir de información obtenida en base a datos de SIU Guarani (Sistema de Información Universitario Guarani) de la FCE, UNC, en los últimos cinco años sólo el 45% de los estudiantes inscriptos regularizó la asignatura en promedio.

Una primera aproximación que se efectuó fue un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018 y posteriormente se estudió las características comunes y no comunes en los errores encontrados en dicho parcial. En un próximo trabajo se realizará el mismo estudio con el Segundo Parcial de la asignatura.

Analizar los patrones de error que cometen los estudiantes, permitirá observar si existen concepciones inadecuadas y cuáles son los temas en los que más se observan errores y dificultades. Será posible, de este modo, organizar diferentes estrategias para un mejor aprendizaje a partir de las temáticas que se identifiquen como las que generan mayores dificultades.

El proyecto tendrá un impacto sobre las prácticas pedagógicas de los docentes de la Facultad, a la vez que permitirá generar entornos de aprendizaje que sean enriquecedores para los estudiantes de las carreras que allí se dictan, posicionándolos en un rol activo, que les permita comprender y darles significado a los objetos matemáticos.

Además dará “un conocimiento general de los esquemas teóricos de interpretación y desarrollo curricular derivado del diagnóstico, tratamiento y superación de los errores en el aprendizaje de esta ciencia” (Abrate, et al: 2006, 16).

Referencias

Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Balacheff, N. (1984). French research activities in Didactics of Mathematics – some key words and related references-. *Theory of Mathematics Education ICME 5 – Topic area and miniconferences: Adelaide, Australia*. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 33-38.

Barrón López, J., Estrada Cabral, J., Luna González, J., Loera Ochoa, E. y Ruiz Chávez, O. (2013). Errores matemáticos más comunes de los alumnos de nuevo ingreso en las clases de física y matemáticas de las carreras de ingeniería de la UACJ. *CULCyT*, Año 10, No 50: Especial No 2.

Bender, G., Burrioni, E., Dodera, G. y Lázaro, M. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, 69-84.

Borasi, R. (1989). *Students' constructive uses of Mathematical Errors: a taxonomy*. Graduate School of Education and Human Development. New York: University of Rochester.

Cury, H. (1994). *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos* (Tesis de Doctorado en Educación). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Godino, J., Batanero C. y Font V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada.