131 UN ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DE LAS EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS EN MERCADOS DE COMPETENCIA IMPERFECTA

Fajfar, Pablo Francisco – Angelelli, Ana Beatriz
Facultad de Ciencias Económicas, UBA y UAI – Facultad de Ciencias Económicas, UNCuyo
pffajfar@yahoo.com.ar – abetyang@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Estabilidad del equilibrio de mercado, Expectativas adaptativas, Competencia imperfecta, Funciones de reacción.

Resumen

El objetivo principal del presente trabajo será exponer los problemas de estabilidad dinámica en los procesos de ajustes de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos. Utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones en diferencia se demostrará que las funciones de reacción resultantes de la maximización de beneficios de las firmas conllevan a estructuras dinámicas oscilantes. Formalmente, los precios fluctúan de manera permanente entre valores de excesos de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico, toda vez que, ante las mismas condiciones de formación de expectativas el mercado es estable si el número de firmas es indeterminado (competencia perfecta). El trabajo se divide en cuatro partes. En la primera se presenta el modelo tradicional de ajuste de precios en condiciones de expectativas adaptativas bajo los supuestos de competencia perfecta. En este se demuestra que las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo el cumplimiento de ciertos requisitos paramétricos. En la segunda se presentan los problemas de estabilidad en mercados no competitivos. Aquí se demuestra que cuando el número de firmas es finito y superior a dos el proceso de ajuste hacia el equilibrio resulta inestable. En la tercera se presenta una medida remedial para garantizar la estabilidad del problema planteado anteriormente y en la cuarta las conclusiones.

I. Introducción

Gran parte de las decisiones económicas están sujetas a las expectativas acerca del futuro. Cuando un productor agropecuario se decide por sembrar soja y no trigo, lo hace porque la expectativa del precio de venta futura de la soja es superior a la del trigo. Asimismo, cuando un consumidor decide ahorrar parte de sus ingresos en el activo financiero A y no B lo hace porque la expectativa sobre la rentabilidad esperada del primero es superior a la del segundo.

La modelización de los procesos de toma de decisiones basados en expectativas suele ser tratada mediante mecanismos adaptativos. En estos, se supone que, para periodos relativamente cortos entre la toma de la decisión y el resultado de la misma, la expectativa subjetiva que se tiene sobre el futuro valor de una variable es semejante al del presente. Un ejemplo de ello puede vislumbrarse en el mercado de cambios. En este, el precio esperado de apertura en el valor de la divisa suele ser el mismo que el del cierre del período anterior. Del mismo modo, la inflación esperada entre un mes y otro suele aproximarse a la del periodo precedente.

Una de las principales aplicaciones del proceso de formación de expectativas está en la determinación del precio de equilibrio de mercado. En este, se supone que la cantidad ofrecida en un mercado es función del precio esperado en el período anterior. Formalmente, las decisiones de producción se forman en un periodo anterior al de las ventas, para lo cual, es necesario conjeturar cual será el precio de venta para un periodo posterior. Cuando las decisiones de producción y ventas ocurren en lapsos relativamente cortos, las expectativas adaptativas suponen que el precio esperado de venta de un producto es similar al de un periodo anterior. Mediante este mecanismo, todo mercado que funcione de manera competitiva tiene garantizado un precio de equilibrio que resulta dinámicamente estable bajo ciertos requisitos.

Una gran limitación del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo los supuestos de expectativas adaptativas es que, si bien se garantizan las condiciones de estabilidad en condiciones de competencia perfecta, no ocurre lo mismo bajo competencia imperfecta. Formalmente, cuando el número de empresas que componen un mercado es finito, las condiciones de estabilidad del precio de equilibrio no se cumplen. Las dinámicas de ajuste de las cantidades en dichos mercados resultan ser funciones de reacción inestables que oscilan de manera permanente entre precios de exceso de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico toda vez que siendo indeterminado el número de firmas (competencia perfecta) las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo ciertos requisitos.

Para remediar el problema de inestabilidad del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos, es necesario incluir un mecanismo inercial en la dinámica de ajuste. En este, se les permite a las empresas ajustar su producción solo en ciertos períodos. Es decir, las funciones de reacción pasan a ser activas solo en ciertos periodos de tiempo.

El objetivo principal del presente trabajo será exponer los problemas de estabilidad dinámica en los procesos de ajustes de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos. Utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones en diferencia se demostrará que las funciones de reacción resultantes de la maximización de beneficios de las firmas conllevan a estructuras dinámicas oscilantes. Formalmente, los precios fluctúan de manera permanente entre valores de excesos de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico, toda vez que, ante las mismas condiciones de formación de expectativas el mercado es estable si el número de firmas es indeterminado (competencia perfecta). El trabajo se divide en cuatro partes. En la primera se presenta el modelo tradicional de ajuste de precios en condiciones de expectativas adaptativas bajo los supuestos de competencia perfecta. En este se demuestra que las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo el cumplimiento de ciertos requisitos paramétricos. En la segunda se presentan los problemas de estabilidad en mercados no competitivos. Aquí se demuestra que cuando el número de firmas es finito y superior a dos el proceso de ajuste hacia el equilibrio resulta inestable. En la tercera se presenta una medida remedial para garantizar la estabilidad del problema planteado anteriormente y en la cuarta las conclusiones.

II. El modelo tradicional: el mercado en competencia perfecta.

Considérese las siguientes funciones de demanda y oferta de un mercado perfectamente competitivo:

$$Q_t^d = a_0 - a_1 P_t \qquad (1)$$

$$Q_t^s = b_0 + b_1 P_t^e = b_0 + b_1 P_{t-1} \qquad (2)$$

donde P_t^e es el precio esperado para el período actual, esto es, la expectativa que se tenía en el período $t-1$ para el precio en el período t. Bajo el supuesto de expectativas adaptativas se supone que el precio esperado de venta de un producto es similar al de un periodo anterior, de aquí: $P_t^e = P_{t-1}$. Adicionalmente $a_0, a_1, b_1 \in R_+ \quad y \quad b_0 \in R_-$.

La condición para que los planes sean realizables implica que el mercado se vacíe, esto es: $Q_t^d = Q_t^s$.

De acuerdo a lo expuesto, llegamos a una ecuación en diferencias de primer orden lineal, con un término independiente constante:

$$P_t + \frac{b_1}{a_1} P_{t-1} = \frac{a_0 - b_0}{a_1} \qquad (3)$$

cuyas soluciones homogénea y particular son:

$$P_t^h = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t \qquad (4)$$

$$P_t^p = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} = P^* \qquad (5)$$

donde *C* es una constante arbitraria, y P_t^p es el precio que equilibra intertemporalmente el mercado.

La solución general queda definida como la suma de las soluciones homogénea y particular:

$$P_t = P_t^h + P_t^p = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + P^* \qquad (6)$$

en la cual, dado un valor inicial del precio en $t = 0$, se puede escribir:

$$P_t = (P_0 - P^*)\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + P^* \qquad (7)$$

siendo $(P_0 - P^*)$ la desviación del precio inicial respecto al de equilibrio.

De acuerdo a este último resultado, vemos que la trayectoria temporal del precio convergerá al precio de equilibrio intertemporal si y sólo si:

$$\left|-\frac{b_1}{a_1}\right| = \left|\frac{b_1}{a_1}\right| = \frac{|b_1|}{|a_1|} < 1 \Rightarrow |b_1| < |a_1| \qquad (8)$$

lo cual define la condición de estabilidad.

Como podrá notarse, el ajuste de precios basado en expectativas adaptativas resulta ser dinámicamente estable en contextos de competencia perfecta siempre que la sensibilidad cantidad - precio de la función de demanda sea mayor que la de la oferta.

III. El modelo de competencia imperfecta: los problemas de la estabilidad dinámica.

Considérese la siguiente relación precio – cantidad como función del número n de firmas que ofrecen sus productos en el mercado:

$$P_t = a - b\, Q_t = a - b \sum_{i=1}^{n} q_{it} \qquad (9)$$

En ésta, la cantidad ofertada en el mercado en el período t resulta de la suma de las cantidades ofrecidas por cada una de las firmas que ingresan al mercado. Se definirá la relación precio – cantidad de equilibrio de mercado (P^*, Q^*) como aquella que verifique:

$$P_t^* = a - b\, Q_t^* = a - b \sum_{i=1}^{n} q_{it}^* \qquad (10)$$

Asumiendo que cada una de las firmas posee una estructura de costos simétrica $C(q_{it}) = c\, q_{it}$, donde c representa el costo marginal, la función de beneficios esperados de la firma j en el período t quedará definida como:

$$\pi_{jt}^e(q_{jt}, q_{it}^e) = [P_t^e - c]\, q_{jt} = \left[a - b q_{jt} - b \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} q_{it}^e - c\right] q_{jt} \qquad (11).$$

La ecuación (11) expresa que el beneficio esperado de la firma j en el periodo t depende de la expectativa del precio que la firma tiene para el período corriente. Ahora bien, por tratarse de un mercado con un número finito y conocido de firmas (competencia imperfecta), dicha expectativa quedará plasmada en la cantidad que el resto de las firmas lleve al mercado (recuérdese que en el actual escenario el precio es función de la cantidad). Asumiendo el supuesto de expectativas adaptativas, las cantidades esperadas de la firma j acerca de las cantidades vendidas por sus rivales serán las mismas que las del periodo anterior. De esta forma la ecuación (11) podrá expresarse como:

$$\pi_{jt}^{e}(q_{jt}, q_{it}^{e}) = \left[a - bq_{jt} - b\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1} - c\right] q_{jt} \qquad (12).$$

A partir de esta última expresión, cada firma que participe del mercado deberá decidir la cantidad a producir y vender sobre la base de maximizar su beneficio esperado. Las condiciones de primer orden del problema planteado conllevan a derivar dicha expresión respecto a las cantidades a producir, e igualar a 0 estas derivadas. El resultado de dicho proceso confluirá en un conjunto de n funciones de reacción o mejor respuesta como la que se presenta a continuación:

$$q_{jt}^{MR} = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1} \qquad (13)$$

o bien:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t} \qquad (14)$$

La expresión matricial de las n funciones de reacción puede representarse mediante la utilización de los operadores desplazamiento $(q_{t+1} = Eq_t)$ de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1t} \\ q_{2t} \\ \vdots \\ q_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(a-c)}{2b} \\ \frac{(a-c)}{2b} \\ \vdots \\ \frac{(a-c)}{2b} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

La solución particular del sistema anteriormente planteado (Equilibrio de Nash – Cournot) es:

$$\begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ \vdots \\ q_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(a-c)}{b(n+1)} \\ \frac{(a-c)}{b(n+1)} \\ \vdots \\ \frac{(a-c)}{b(n+1)} \end{bmatrix} \qquad (16)$$

siendo la oferta agregada de equilibrio intertemporal $Q^* = \sum_{i=1}^{n} q_i^* = n\frac{(a-c)}{b(n+1)}$.

Ahora bien, la solución homogénea del sistema que resulta de igualar el determinante de la matriz de operadores a cero;

$$\begin{vmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{vmatrix} = 0 \qquad (17)$$

arroja raíces fuera de la unidad. Este último hecho transforma la trayectoria temporal del sistema en inestable.[2] Formalmente, las trayectorias temporales de las cantidades – precios del modelo oscilan de manera permanente entre

[2] Sólo para el caso de dos firmas el sistema es dinámicamente estable $(|E| < 1)$.

valores de excesos de oferta y de demanda. A modo de ejemplo numérico de lo expuesto hasta el momento, considérese la siguiente relación de precio – cantidad para un mercado constituido por 7 firmas:

$$P_t \ = a - b\, Q_t \ = \max[100 - Q_t\ ,0] \qquad \text{tal que} \quad Q_t \ = \sum_{i=1}^{7} q_{it} \qquad (18)$$

Asumiendo que cada una de las firmas posee la siguiente estructura de costos $C(q_{it}) = 30\, q_{it}$, la función de reacción (o mejor respuesta) de la firma j resultante de la maximización de beneficios quedará definida como:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = 35 - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{7} q_{i\,t} \qquad (19)$$

La expresión matricial de las 7 funciones de reacción puede representarse mediante la utilización de los operadores desplazamiento de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1t} \\ q_{2t} \\ \vdots \\ q_{7t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ \vdots \\ 35 \end{bmatrix} \qquad (20)$$

La solución particular del sistema anteriormente planteado (Equilibrio de Nash – Cournot) es:

$$\begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ \vdots \\ q_7^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.75 \\ 8.75 \\ \vdots \\ 8.75 \end{bmatrix} \qquad (21)$$

siendo la oferta agregada de equilibrio intertemporal $Q^* = \sum_{i=1}^{7} q_i^* = 61.25.$

Ahora bien, la solución homogénea del sistema que resulta de igualar el determinante de la matriz de operadores a cero;

$$\begin{vmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{vmatrix} = 0 \qquad (22)$$

arroja las siguientes raíces: $\{0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, -3\}$. Como podrá notarse, la trayectoria temporal de las cantidades ofertadas por las firmas (oferta agregada) oscilará entre precios de exceso de oferta y exceso de demanda de manera permanente, producto de la existencia de la raíz -3.

Las figuras 1 y 2 que a continuación se presentan muestran las cantidades ofertadas por las 7 firmas al mercado como función del tiempo, para una condición inicial de 35 y 70 unidades respectivamente para los primeros 35 períodos.

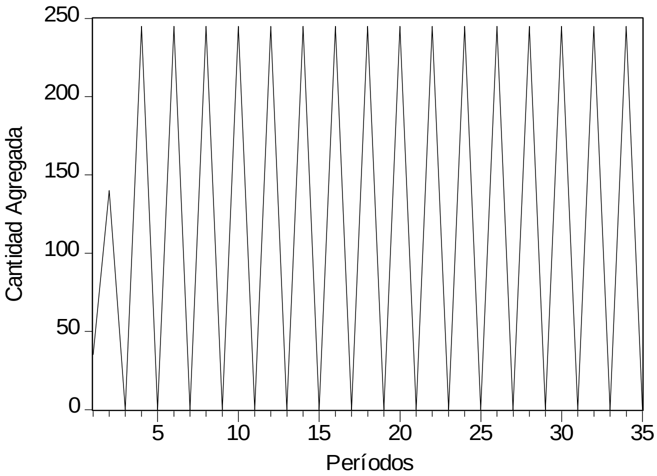

Figura 1. Cantidades ofertadas por las 7 firmas para una condición inicial de 35 unidades.

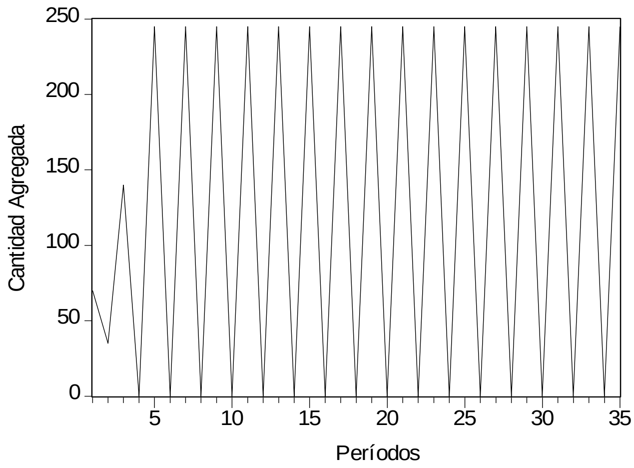

Figura 2. Cantidades ofertadas por las 7 firmas para una condición inicial de 70 unidades

Tal como demuestran las figuras, las cantidades ofrecidas oscilan de manera permanente por arriba y por debajo de las 61.25 unidades (cantidad de equilibrio del mercado). Este último hecho demuestra que la dinámica de ajuste de un mercado no competitivo bajo expectativas adaptativas resulta ser inestable.

IV. Medidas remediales para solucionar el problema de inestabilidad.

Para remediar el problema de inestabilidad del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos, es necesario incluir un mecanismo inercial en la dinámica de ajuste. En este, se les permite a las empresas ajustar su producción solo en ciertos períodos. Es decir, las funciones de reacción pasan a ser activas solo en ciertos periodos de tiempo. Para ser precisos, la dinámica de ajuste de las cantidades producidas por las firmas pasará a ser ahora la siguiente:

$$q_{jt}^{MR} = \theta q_{j\,t-1} + (1-\theta)\left[\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1}\right] \quad (23)$$

donde $\theta \in (0,1)$.

La ecuación (23) establece que en una proporción θ de veces, la cantidad producida por la empresa j en el período t es idéntica a la del período anterior (la función de reacción pasa a ser inactiva), mientras que en una proporción $(1-\theta)$ la cantidad producida responde a su función de reacción.

Para el caso de nuestro ejemplo de la sección anterior, la ecuación (23) quedará re expresada como:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = \theta q_{j\,t} + (1-\theta)\left[35 - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{7} q_{i\,t}\right] \quad (24)$$

Las raíces resultantes de calcular el determinante de la matriz de operadores que surge de (23) o (24) serán, en valor absoluto, siempre menores a 1, garantizándose así la convergencia al equilibrio de mercado.

Las figuras 3 y 4 que se muestran a continuación, muestran la trayectoria temporal de las cantidades producidas por las empresas a partir de una simulación de la ecuación (24) con $\theta = 0.8$ y $\theta = 0.9$ respectivamente.

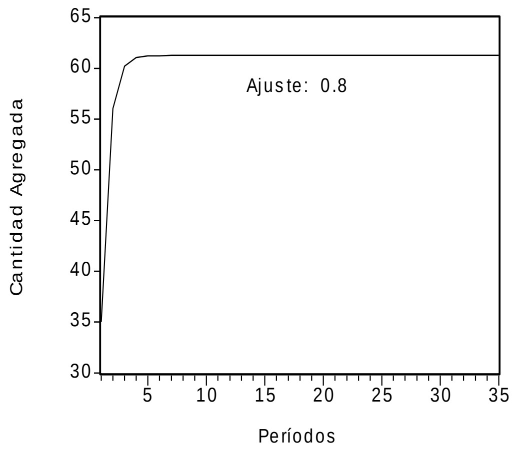

Figura 3. Cantidades ofrecidas por las 7 firmas para $\theta = 0.8$ con una condición inicial de 35 unidades (izquierda) y 70 unidades (derecha)

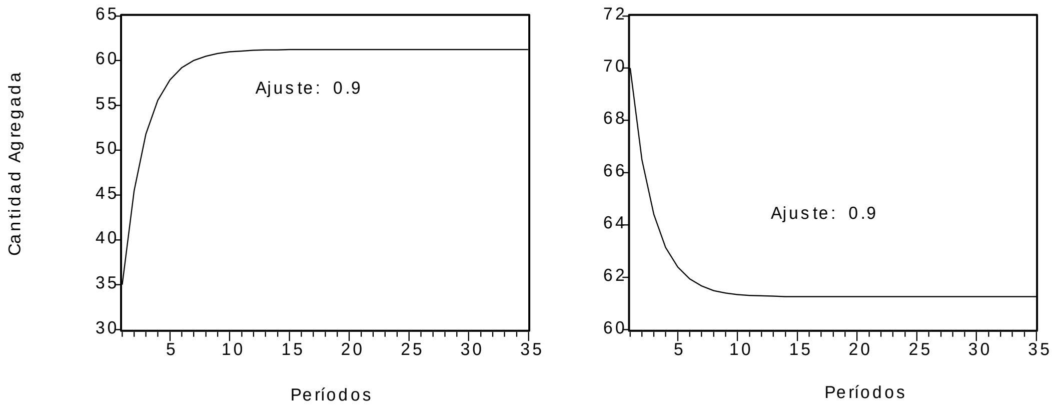

Figura 4. Cantidades ofrecidas por las 7 firmas para $\theta = 0.9$ con una condición inicial de 35 unidades (izquierda) y 70 unidades (derecha)

Como demuestran las figuras, las cantidades ofrecidas convergen de forma monótona a las 61.25 unidades (cantidad de equilibrio del mercado). Este último hecho demuestra que la dinámica de ajuste de un mercado bajo expectativas adaptativas resulta ser estable, luego de incorporar el mecanismo inercial dado por θ.

V. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha estudiado el proceso de ajuste hacia las cantidades y precios de equilibrio de mercado bajo expectativas adaptativas, bajo los supuestos de competencia imperfecta. Partiendo del principio de maximización de beneficios de la firma representativa, se obtuvo un conjunto de funciones de reacción que responden a un sistema de ecuaciones en diferencias lineal de primer orden. Cada una de ellas establece que la cantidad vendida por la firma j en el período actual responde a la cantidad esperada que la misma tenía en el período anterior respecto a la cantidad vendida por sus rivales. Bajo este tipo de condiciones se ha demostrado que el sistema no converge a la solución de equilibrio intertemporal. Para esto último y utilizando el método de resolución de matriz de operadores, se obtuvieron raíces mayores a 1 en valor absoluto. Este hecho trajo aparejadas trayectorias temporales que oscilaban en cantidades – precios de excesos de oferta y de demanda. Dicho resultado suena paradójico toda vez que siendo indeterminado el número de firmas (competencia perfecta) las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo ciertos requisitos. Para remediar los problemas de estabilidad mencionados anteriormente se establecieron restricciones sobre la libertad de movimiento de las firmas. Formalmente, se incorporó un parámetro de ajuste inercial (θ) que impedía a las funciones de reacción ser activas de manera permanente. Las trayectorias temporales así encontradas resultaron ser convergentes hacia el equilibrio del mercado.

Referencias bibliográficas

Friedman, J. (1968). Reaction Functions and the Theory of Duopoly. The Review of Economic Studies XXXV, 201-208.

Rassenti, S.; Reynolds, S.; Smith, V.; Szidarovszky, F. (2000). Adaptation and convergence of behavior in repeated experimental Cournot games. Journal of Economic Behavior & Organization 41, 117-146.

Szidarovszky, F.; Rassenti, S.; Yen, J., (1994). The stability of the Cournot solution under adaptive expectation. International Review of Economic and Finance 3 (2).